Tecniche di ottimizzazione per l'analisi della diffusione delle innovazioni nei social networks

Matteo Secci

Università degli studi di Cagliari
Dipartimento di ingegneria Elettrica ed Elettronica

Tesi di laurea specialistica in ingegneria Elettronica

Relatore: Alessandro Giua
Controrelatore: Carla Seatzu

24/10/2012

Piano della presentazione

Piano della presentazione

Cos’è un Social Network

Definizione di rete sociale

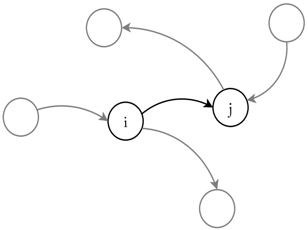
Una rete sociale consiste di un qualsiasi gruppo di individui connessi tra loro da diversi legami sociali. Per gli esseri umani i legami vanno dalla conoscenza casuale, ai rapporti di lavoro, ai vincoli familiari.

Rappresentazione della rete

Rappresentazione tramite un grafo

Un social network può essere rappresentato tramite un grafo $G(V, E)$ in cui:

- I nodi $i \in V$ rappresentano gli individui della rete, $|V| = n$
- Gli archi $(i, j) \in E$ rappresentano le connessioni tra gli individui.



Il nodo j viene influenzato dal nodo i.

Piano della presentazione

Modello a soglia lineare

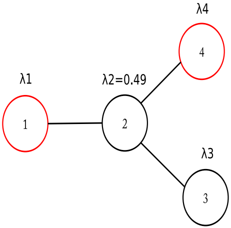
Idea di base [M.Granovetter 1978]

- Ad ogni nodo viene assegnata una soglia $\lambda_i \in [0, 1]$
- Un nodo *i* adotta l'innovazione se il rapporto tra il numero di suoi vicini che hanno adottato l'innovazione e il numero complessivo di utenti vicini supera la sua soglia.

Modello a soglia lineare

Idea di base [M.Granovetter 1978]

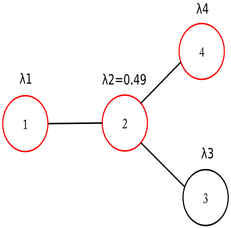
- Ad ogni nodo viene assegnata una soglia $\lambda_i \in [0, 1]$
- Un nodo *i* adotta l'innovazione se il rapporto tra il numero di suoi vicini che hanno adottato l'innovazione e il numero complessivo di utenti vicini supera la sua soglia.



Modello a soglia lineare

Idea di base [M.Granovetter 1978]

- Ad ogni nodo viene assegnata una soglia $\lambda_i \in [0, 1]$
- Un nodo *i* adotta l'innovazione se il rapporto tra il numero di suoi vicini che hanno adottato l'innovazione e il numero complessivo di utenti vicini supera la sua soglia.



- Il nodo 2 adotta l'innovazione dato che: $\lambda_2 \leq \frac{2}{3}$

Notazione

- λ_i: Rappresenta la soglia del nodo i
- $\mathcal{N}_i$: Rappresenta il set di vicini del nodo i
- ϕ_t: Set di nodi che hanno adottato l'innovazione al tempo t
- $\Phi_k = \bigcup_{t=0}^{k} \phi_t$: Set di nodi che hanno adottato l'innovazione nell'intervallo di tempo $t \in [0, k]$
- Φ^*: Set finale di nodi che adottano l'innovazione

Vettore caratteristico

Dato un set $X \subset V$ il suo vettore caratteristico $\mathbf{x} \in \{0, 1\}^n$ è tale che:

$$x_i = \begin{cases} 1 \text{ se } i \in X \\ 0 \text{ altrimenti} \end{cases}$$

Notazione

- λ_i: Rappresenta la soglia del nodo i
- $\mathcal{N}_i$: Rappresenta il set di vicini del nodo i
- ϕ_t: Set di nodi che hanno adottato l'innovazione al tempo t
- $\Phi_k = \bigcup_{t=0}^{k} \phi_t$: Set di nodi che hanno adottato l'innovazione nell'intervallo di tempo $t \in [0, k]$
- Φ^*: Set finale di nodi che adottano l'innovazione

Vettore caratteristico

Dato un set $X \subset V$ il suo vettore caratteristico $\mathbf{x} \in \{0, 1\}^n$ è tale che:

$$x_i = \begin{cases} 1 \text{ se } i \in X \\ 0 \text{ altrimenti} \end{cases}$$

Notazione

- λ_i: Rappresenta la soglia del nodo i
- $\mathcal{N}_i$: Rappresenta il set di vicini del nodo i
- ϕ_t: Set di nodi che hanno adottato l'innovazione al tempo t
- $\Phi_k = \bigcup_{t=0}^{k} \phi_t$: Set di nodi che hanno adottato l'innovazione nell'intervallo di tempo $t \in [0, k]$
- Φ^*: Set finale di nodi che adottano l'innovazione

Vettore caratteristico

Dato un set $X \subset V$ il suo vettore caratteristico $\mathbf{x} \in \{0, 1\}^n$ è tale che:

$$x_i = \begin{cases} 1 \text{ se } i \in X \\ 0 \text{ altrimenti} \end{cases}$$

Notazione

- λ_i: Rappresenta la soglia del nodo i
- $\mathcal{N}_i$: Rappresenta il set di vicini del nodo i
- ϕ_t: Set di nodi che hanno adottato l'innovazione al tempo t
- $\Phi_k = \bigcup_{t=0}^{k} \phi_t$: Set di nodi che hanno adottato l'innovazione nell'intervallo di tempo $t \in [0, k]$
- Φ^*: Set finale di nodi che adottano l'innovazione

Vettore caratteristico

Dato un set $X \subset V$ il suo vettore caratteristico $\mathbf{x} \in \{0, 1\}^n$ è tale che:

$$x_i = \begin{cases} 1 \text{ se } i \in X \\ 0 \text{ altrimenti} \end{cases}$$

Notazione

- λ_i: Rappresenta la soglia del nodo i
- $\mathcal{N}_i$: Rappresenta il set di vicini del nodo i
- ϕ_t: Set di nodi che hanno adottato l'innovazione al tempo t
- $\Phi_k = \bigcup_{t=0}^{k} \phi_t$: Set di nodi che hanno adottato l'innovazione nell'intervallo di tempo $t \in [0, k]$
- Φ^*: Set finale di nodi che adottano l'innovazione

Vettore caratteristico

Dato un set $X \subset V$ il suo vettore caratteristico $\mathbf{x} \in \{0, 1\}^n$ è tale che:

$$x_i = \begin{cases} 1 \text{ se } i \in X \\ 0 \text{ altrimenti} \end{cases}$$

Notazione

- λ_i: Rappresenta la soglia del nodo i
- $\mathcal{N}_i$: Rappresenta il set di vicini del nodo i
- ϕ_t: Set di nodi che hanno adottato l'innovazione al tempo t
- $\Phi_k = \bigcup_{t=0}^{k} \phi_t$: Set di nodi che hanno adottato l'innovazione nell'intervallo di tempo $t \in [0, k]$
- Φ^*: Set finale di nodi che adottano l'innovazione

Vettore caratteristico

Dato un set $X \subset V$ il suo vettore caratteristico $\mathbf{x} \in \{0,1\}^n$ è tale che:

$$x_i = \begin{cases} 1 \text{ se } i \in X \\ 0 \text{ altrimenti} \end{cases}$$

Rappresentazione della rete tramite matrici

Matrice delle soglie

$\mathcal{L} = diag([\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n])$

Matrice di adiacenza

Un grafo $G(V, E)$ può essere codificato tramite una *Matrice di adiacenza con le seguenti caratteristiche*:

$$A(i, j) = \begin{cases} 1 \text{ se esiste un arco diretto dal nodo } i \text{ al nodo } j \\ 0 \text{ altrimenti} \end{cases}$$

Matrice di adiacenza scalata

La *matrice di adiacenza scalata* $\hat{A} \in [0, 1]^{n \times n}$ è così definita:

$$\hat{A}(i, j) = \frac{A(i, j)}{|\mathcal{N}_j|}$$

Rappresentazione della rete tramite matrici

Matrice delle soglie

$\mathcal{L} = diag([\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n])$

Matrice di adiacenza

Un grafo $G(V, E)$ può essere codificato tramite una *Matrice di adiacenza con le seguenti caratteristiche*:

$$A(i,j) = \begin{cases} 1 \text{ se esiste un arco diretto dal nodo } i \text{ al nodo } j \\ 0 \text{ altrimenti} \end{cases}$$

Matrice di adiacenza scalata

La *matrice di adiacenza scalata* $\hat{A} \in [0,1]^{n \times n}$ è così definita:

$$\hat{A}(i,j) = \frac{A(i,j)}{|\mathcal{N}_j|}$$

Rappresentazione della rete tramite matrici

Matrice delle soglie

$\mathcal{L} = diag([\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n])$

Matrice di adiacenza

Un grafo $G(V, E)$ può essere codificato tramite una *Matrice di adiacenza con le seguenti caratteristiche*:

$$A(i,j) = \begin{cases} 1 \text{ se esiste un arco diretto dal nodo } i \text{ al nodo } j \\ 0 \text{ altrimenti} \end{cases}$$

Matrice di adiacenza scalata

La *matrice di adiacenza scalata* $\hat{A} \in [0,1]^{n \times n}$ è così definita:

$$\hat{A}(i,j) = \frac{A(i,j)}{|\mathcal{N}_j|}$$

Regole di adozione

Condizione di adozione

Il nodo $i \notin \Phi_t$ adotta l'innovazione al tempo $t + 1$ se:

$$\frac{|\Phi_t \cap \mathcal{N}_i|}{|\mathcal{N}_i|} \geq \lambda_i \implies i \in \phi_{t+1}$$

Condizione di adozione in forma matriciale

Sia w_j e w_{j+1} il vettore caratteristico rispettivamente di Φ_j e Φ_{j+1}.

- $\forall i \in \phi_{j+1}$
$$w_j \hat{A}(:, i) \geq \lambda_i$$
- $[\hat{A}^T + \mathcal{L}]w_j - \mathcal{L}w_{j+1} \geq 0_n$

Regole di adozione

Condizione di adozione

Il nodo $i \notin \Phi_t$ adotta l'innovazione al tempo $t+1$ se:

$$\frac{|\Phi_t \cap \mathcal{N}_i|}{|\mathcal{N}_i|} \geq \lambda_i \Longrightarrow i \in \phi_{t+1}$$

Condizione di adozione in forma matriciale

Sia w_j e w_{j+1} il vettore caratteristico rispettivamente di Φ_j e Φ_{j+1}.

- $\forall i \in \phi_{j+1}$
$$w_j \hat{A}(:, i) \geq \lambda_i$$
- $[\hat{A}^T + \mathcal{L}]w_j - \mathcal{L}w_{j+1} \geq 0_n$

Piano della presentazione

Massimizzazione dell'influenza in tempo finito

Definizione del problema [Rosa e Giua, 2012]

Consideriamo un social network descritto da un grafo $G = \{V, E\}$.

- Il problema della massimizzazione dell'influenza in tempo finito consiste nell'identificare il set ϕ_0 di cardinalità $|\phi_0| = r$ che massimizza la diffusione dell'innovazione in k passi.
- È una generalizzazione del problema classico della massimizzazione dell'influenza, pertanto per $k = \infty$ entrambi i problemi forniscono la stessa soluzione.

Massimizzazione dell'influenza in tempo finito

Definizione del problema [Rosa e Giua, 2012]

Consideriamo un social network descritto da un grafo $G = \{V, E\}$.

- Il problema della massimizzazione dell'influenza in tempo finito consiste nell'identificare il set ϕ_0 di cardinalità $|\phi_0| = r$ che massimizza la diffusione dell'innovazione in k passi.
- È una generalizzazione del problema classico della massimizzazione dell'influenza, pertanto per $k = \infty$ entrambi i problemi forniscono la stessa soluzione.

Complessità computazionale

- Il problema è di natura prettamante combinatoria, infatti il set ϕ_0 che massimizza la diffusione dell'innovazione va cercato tra tutte le possibili combinazioni di n nodi presi in gruppi di r elementi:

$$\left(\begin{array}{c} n \\ r \end{array} \right) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

- Quindi la complessità computazionale non cresce linearmente con la dimensione dei dati di ingresso

Complessità computazionale

- Il problema è di natura prettamante combinatoria, infatti il set ϕ_0 che massimizza la diffusione dell'innovazione va cercato tra tutte le possibili combinazioni di n nodi presi in gruppi di r elementi:

$$\left(\begin{array}{c} n \\ r \end{array} \right) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

- Quindi la complessità computazionale non cresce linearmente con la dimensione dei dati di ingresso

Determinazione della soluzione ottima

Problema di ottimizzazione [Rosa e Giua, 2012]

$$
\max \quad [\mathbf{1}_{nk}^T \quad (nk)\mathbf{1}_n^T] \cdot \mathbf{w}
$$

$$
\left\{
\begin{array}{ccccc}
\mathbf{1}_n^T \mathbf{w}_0 & = & \mathbf{r} & & (a) \\
\forall i \in \{1, \ldots, k\}, & & & & \\
[\hat{A}^T + \mathcal{L}]\mathbf{w}_{i-1} - \mathcal{L}\mathbf{w}_i & \geq & \mathbf{0}_n & & (b) \\
\mathbf{w} & \in & \{0,1\}^{n(k+1)} & & (c)
\end{array}
\right.
$$

- Il vincolo (a) impone che $|\phi_0^*| = r$
- Il vincolo (b) rappresenta la regola di adozione dell'innovazione
- Il vincolo (c) rappresenta il vincolo di interezza delle variabili di decisione

Determinazione della soluzione ottima

Problema di ottimizzazione [Rosa e Giua, 2012]

$$\max \quad [\mathbf{1}_{nk}^T \quad (nk)\mathbf{1}_n^T] \cdot \mathbf{w}$$

$$\begin{cases} \mathbf{1}_n^T \mathbf{w}_0 & = & \mathbf{r} & (a) \\ \forall i \in \{1, \ldots, k\}, & & & \\ [\hat{A}^T + \mathcal{L}]\mathbf{w}_{i-1} - \mathcal{L}\mathbf{w}_i & \geq & \mathbf{0}_n & (b) \\ \mathbf{w} & \in & \{0,1\}^{n(k+1)} & (c) \end{cases}$$

- Il vincolo (a) impone che $|\phi_0^*| = r$
- Il vincolo (b) rappresenta la regola di adozione dell'innovazione
- Il vincolo (c) rappresenta il vincolo di interezza delle variabili di decisione

Determinazione della soluzione ottima

Problema di ottimizzazione [Rosa e Giua, 2012]

$$\max \quad [\mathbf{1}_{nk}^T \quad (nk)\mathbf{1}_n^T] \cdot \mathbf{w}$$

$$\begin{cases} \mathbf{1}_n^T \mathbf{w}_0 & = & \mathbf{r} & (a) \\ \forall i \in \{1, \ldots, k\}, & & & \\ [\hat{A}^T + \mathcal{L}]\mathbf{w}_{i-1} - \mathcal{L}\mathbf{w}_i & \geq & \mathbf{0}_n & (b) \\ \mathbf{w} & \in & \{0,1\}^{n(k+1)} & (c) \end{cases}$$

- Il vincolo (a) impone che $|\phi_0^*| = r$
- Il vincolo (b) rappresenta la regola di adozione dell'innovazione
- Il vincolo (c) rappresenta il vincolo di interezza delle variabili di decisione

Determinazione della soluzione ottima

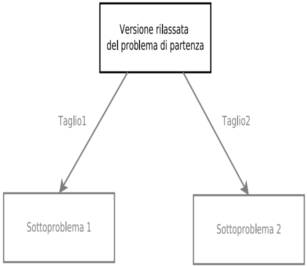
Problema di ottimizzazione [Rosa e Giua, 2012]

$$\max \quad [\mathbf{1}_{nk}^T \quad (nk)\mathbf{1}_n^T] \cdot \mathbf{w}$$

$$\begin{cases} \mathbf{1}_n^T \mathbf{w}_0 & = & \mathbf{r} & (a) \\ \forall i \in \{1, \ldots, k\}, & & & \\ [\hat{A}^T + \mathcal{L}]\mathbf{w}_{i-1} - \mathcal{L}\mathbf{w}_i & \geq & \mathbf{0}_n & (b) \\ \mathbf{w} & \in & \{0,1\}^{n(k+1)} & (c) \end{cases}$$

- Il vincolo (a) impone che $|\phi_0^*| = r$
- Il vincolo (b) rappresenta la regola di adozione dell'innovazione
- Il vincolo (c) rappresenta il vincolo di interezza delle variabili di decisione

Cplex e l'algoritmo branch & cut



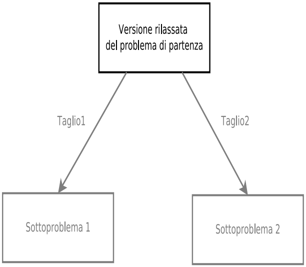
- Genera il rilassamento continuo del problema di partenza
- Se la soluzione è frazionaria
- Genera dei tagli ed effettua la biforcazione

Sottoproblemi

Il sottoproblema può fornire una soluzione:

- Intera
- Inammissibile
- Frazionaria

Cplex e l'algoritmo branch & cut



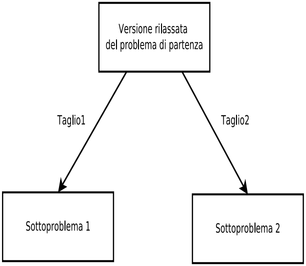
- Genera il rilassamento continuo del problema di partenza
- Se la soluzione è frazionaria
- Genera dei tagli ed effettua la biforcazione

Sottoproblemi

Il sottoproblema può fornire una soluzione:

- Intera
- Inammissibile
- Frazionaria

Cplex e l'algoritmo branch & cut



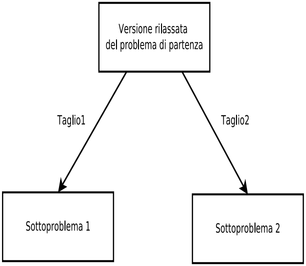
- Genera il rilassamento continuo del problema di partenza
- Se la soluzione è frazionaria
- Genera dei tagli ed effettua la biforcazione

Sottoproblemi

Il sottoproblema può fornire una soluzione:

- Intera
- Inammissibile
- Frazionaria

Cplex e l'algoritmo branch & cut



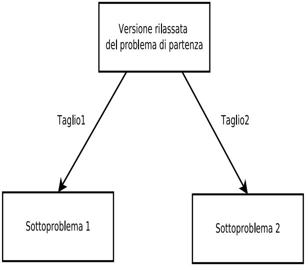
- Genera il rilassamento continuo del problema di partenza
- Se la soluzione è frazionaria
- Genera dei tagli ed effettua la biforcazione

Sottoproblemi

Il sottoproblema può fornire una soluzione:

- Intera
- Inammissibile
- Frazionaria

Cplex e l'algoritmo branch & cut



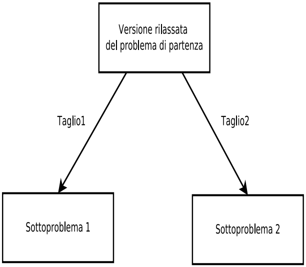
- Genera il rilassamento continuo del problema di partenza
- Se la soluzione è frazionaria
- Genera dei tagli ed effettua la biforcazione

Sottoproblemi

Il sottoproblema può fornire una soluzione:

- Intera
- Inammissibile
- Frazionaria

Cplex e l'algoritmo branch & cut



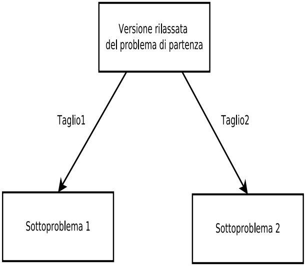
- Genera il rilassamento continuo del problema di partenza
- Se la soluzione è frazionaria
- Genera dei tagli ed effettua la biforcazione

Sottoproblemi

Il sottoproblema può fornire una soluzione:

- Intera
- Inammissibile
- Frazionaria

Cplex e l'algoritmo branch & cut



- Genera il rilassamento continuo del problema di partenza
- Se la soluzione è frazionaria
- Genera dei tagli ed effettua la biforcazione

Sottoproblemi

Il sottoproblema può fornire una soluzione:

- Intera
- Inammissibile
- Frazionaria

Problemi del branch & cut

Problemi

- Tempo di calcolo elevato per dimensioni elevate dei dati in ingresso
- Dimensione elevata dell'albero dei sottoproblemi (problemi di memoria)

Possibile soluzione

- Il modello del problema che stiamo trattando è molto approssimato
- La ricerca dell'ottimo teorico ha poco senso pratico
- Otteniamo una soluzione subottima limitando il numero di sottoproblemi rilassati

Problemi del branch & cut

Problemi

- Tempo di calcolo elevato per dimensioni elevate dei dati in ingresso
- Dimensione elevata dell'albero dei sottoproblemi (problemi di memoria)

Possibile soluzione

- Il modello del problema che stiamo trattando è molto approssimato
- La ricerca dell'ottimo teorico ha poco senso pratico
- Otteniamo una soluzione subottima limitando il numero di sottoproblemi rilassati

Problemi del branch & cut

Problemi

- Tempo di calcolo elevato per dimensioni elevate dei dati in ingresso
- Dimensione elevata dell'albero dei sottoproblemi (problemi di memoria)

Possibile soluzione

- Il modello del problema che stiamo trattando è molto approssimato
- La ricerca dell'ottimo teorico ha poco senso pratico
- Otteniamo una soluzione subottima limitando il numero di sottoproblemi rilassati

Problemi del branch & cut

Problemi

- Tempo di calcolo elevato per dimensioni elevate dei dati in ingresso
- Dimensione elevata dell'albero dei sottoproblemi (problemi di memoria)

Possibile soluzione

- Il modello del problema che stiamo trattando è molto approssimato
- La ricerca dell'ottimo teorico ha poco senso pratico
- Otteniamo una soluzione subottima limitando il numero di sottoproblemi rilassati

Problemi del branch & cut

Problemi

- Tempo di calcolo elevato per dimensioni elevate dei dati in ingresso
- Dimensione elevata dell'albero dei sottoproblemi (problemi di memoria)

Possibile soluzione

- Il modello del problema che stiamo trattando è molto approssimato
- La ricerca dell'ottimo teorico ha poco senso pratico
- Otteniamo una soluzione subottima limitando il numero di sottoproblemi rilassati

Alcuni risultati

Test

Sono state testate 10 reti con le seguenti caratteristiche:

- Numero di utenti n=30
- Orizzonte temporale K=1...10
- Set di innovatori di partenza r=1...10

Sono state volutamente testate reti molto piccole per permetterci di determinare la soluzione ottima.

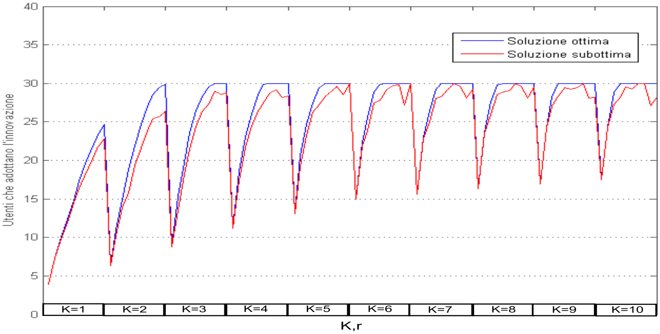
Alcuni risultati

Otteniamo una riduzione dei tempi di calcolo di circa il 70%.

	Tempo di calcolo [sec]	
	Soluzione ottima	Soluzione subottima
Rete 1	743	241
Rete 2	291	227
Rete 3	428	227
Rete 4	2123	217
Rete 5	516	235
Rete 6	1175	233
Rete 7	190	232
Rete 8	956	228
Rete 9	848	231
Rete 10	423	238
Media	796	231

Alcuni risultati

	errore %	Unità
Minimo	0	0
Massimo	12.3	3.7



Piano della presentazione

Diffusione dell'innovazione su un target di utenti

Definizione del problema [Rosa e Giua, 2012]

Consideriamo un social network descritto dal grafo G(V,E)

- Il problema della massimizzazione dell'influenza su un target di utenti consiste nel determinare il più piccolo set ϕ_0 di innovatori di partenza che diffondono l'innovazione su un target di utenti in K passi temporali.

Diffusione dell'innovazione su un target di utenti

Problema di ottimizzazione [Rosa e Giua, 2012]

$$\min \quad [\mathbf{1}_n^T \quad \mathbf{0}_{nk}^T] \cdot \mathbf{w}$$

$$\begin{cases} \mathbf{w}_k & \geq & \mathbf{x}_d & (a) \\ \forall i \in \{0, \dots, k-1\}, & & & \\ [\hat{A}^T + \Lambda]\mathbf{w}_{i-1} - \Lambda \mathbf{w}_i & \geq & \mathbf{0}_n & (b) \\ & & & \\ \mathbf{w} & \in & \{0,1\}^{n(k+1)} & (c) \end{cases}$$

- Il vincolo (a) garantisce la diffusione sul set target
- Il vincolo (b) rappresenta la regola di adozione dell'innovazione
- Il vincolo (c) rappresenta il vincolo di interezza delle variabili di decisione

Diffusione dell'innovazione su un target di utenti

Problema di ottimizzazione [Rosa e Giua, 2012]

$$
\min \quad [\mathbf{1}_n^T \quad \mathbf{0}_{nk}^T] \cdot \mathbf{w}
$$

$$
\begin{cases}
\mathbf{w}_k & \geq & \mathbf{x}_d & (a) \\
\forall i \in \{0, \dots, k-1\}, & & & \\
[\hat{A}^T + \Lambda]\mathbf{w}_{i-1} - \Lambda \mathbf{w}_i & \geq & \mathbf{0}_n & (b) \\
& & & \\
\mathbf{w} & \in & \{0,1\}^{n(k+1)} & (c)
\end{cases}
$$

- Il vincolo (a) garantisce la diffusione sul set target
- Il vincolo (b) rappresenta la regola di adozione dell'innovazione
- Il vincolo (c) rappresenta il vincolo di interezza delle variabili di decisione

Diffusione dell'innovazione su un target di utenti

Problema di ottimizzazione [Rosa e Giua, 2012]

$$
\min \quad [\mathbf{1}_n^T \quad \mathbf{0}_{nk}^T] \cdot \mathbf{w}
$$

$$
\begin{cases}
\mathbf{w}_k & \geq & \mathbf{x}_d & (a) \\
\forall i \in \{0, \ldots, k-1\}, & & & \\
[\hat{A}^T + \Lambda]\mathbf{w}_{i-1} - \Lambda \mathbf{w}_i & \geq & \mathbf{0}_n & (b) \\
& & & \\
\mathbf{w} & \in & \{0,1\}^{n(k+1)} & (c)
\end{cases}
$$

- Il vincolo (a) garantisce la diffusione sul set target
- Il vincolo (b) rappresenta la regola di adozione dell'innovazione
- Il vincolo (c) rappresenta il vincolo di interezza delle variabili di decisione

Diffusione dell'innovazione su un target di utenti

Problema di ottimizzazione [Rosa e Giua, 2012]

$$
\begin{array}{l}
\min \quad [\mathbf{1}_n^T \quad \mathbf{0}_{nk}^T] \cdot \mathbf{w} \\
\left\{
\begin{array}{ccccc}
\mathbf{w}_k & \geq & \mathbf{x}_d & (a) \\
\forall i \in \{0, \ldots, k-1\}, & & & \\
[\hat{A}^T + \Lambda]\mathbf{w}_{i-1} - \Lambda \mathbf{w}_i & \geq & \mathbf{0}_n & (b) \\
& & & \\
\mathbf{w} & \in & \{0, 1\}^{n(k+1)} & (c)
\end{array}
\right.
\end{array}
$$

- Il vincolo (a) garantisce la diffusione sul set target
- Il vincolo (b) rappresenta la regola di adozione dell'innovazione
- Il vincolo (c) rappresenta il vincolo di interezza delle variabili di decisione

Riduzione della rete

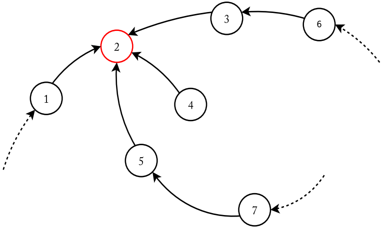
Idea di base

- Fissati i nodi obbiettivo e l'orizzonte temporale K i nodi che distano più di K passi dai nodi target non verrano mai scelti come innovatori di partenza. Si ottiene comunque la soluzione ottima.

Riduzione della rete

Idea di base

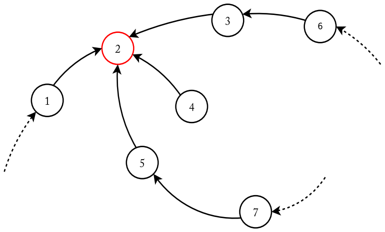
- Fissati i nodi obbiettivo e l'orizzonte temporale K i nodi che distano più di K passi dai nodi target non verrano mai scelti come innovatori di partenza. Si ottiene comunque la soluzione ottima.



Riduzione della rete

Idea di base

- Fissati i nodi obbiettivo e l'orizzonte temporale K i nodi che distano più di K passi dai nodi target non verranno mai scelti come innovatori di partenza. Si ottiene comunque la soluzione ottima.



- Per k=1 i nodi 6 e 7 vengono scartati.

Alcuni risultati

Test

Sono state testate 10 reti con le seguenti caratteristiche:

- Numero di utenti n=1000
- Orizzonte temporale K=2,3
- Numero di utenti obbiettivo $|x_d| = 10$

Ci aspettiamo che all'aumentare di K il tempo computazionale aumenti.

Alcuni risultati

K=2	Rete di partenza		Rete ridotta	
	Nodi	Tempo di calcolo[sec]	Nodi	Tempo di calcolo[sec]
Rete 1	1000	36	558	17.64
Rete 2	1000	35.4	543	18.22
Rete 3	1000	34.7	522	18.34
Rete 4	1000	34.2	537	17.5
Rete 5	1000	36.2	526	18.64
Rete 6	1000	34.7	573	17.63
Rete 7	1000	37.3	548	18.12
Rete 8	1000	37.8	562	17.15
Rete 9	1000	36.15	559	18.9
Rete 10	1000	36.9	565	19.2
Media	1000	35.9	549.3	18.13

Otteniamo una riduzione dei tempi di calcolo del 50%

Alcuni risultati

K=3	Rete di partenza		Rete ridotta	
	Nodi	Tempo di calcolo[sec]	Nodi	Tempo di calcolo[sec]
Rete 1	1000	43.61	942	39.88
Rete 2	1000	42.70	948	38.7
Rete 3	1000	43.51	936	38.12
Rete 4	1000	42.76	941	39.16
Rete 5	1000	41.81	938	39.98
Rete 6	1000	43.77	933	39.18
Rete 7	1000	45.39	943	39.74
Rete 8	1000	42.50	958	38.26
Rete 9	1000	44.16	923	39.42
Rete 10	1000	43.12	945	38.56
Media	1000	43.3	940.7	39.1

Otteniamo una riduzione dei tempi di calcolo del 10%

Piano della presentazione

Conclusioni

- È possibile costruire dei modelli di diffusione più dettagliati che siano più aderenti alla realtà.
- Il problema della diffusione dell'innovazione su un target di utenti in alcuni casi può essere trattato attraverso la parallelizzazione dati.
- Rimane ancora aperto il problema della massimizzazione dell'influenza in tempo finito.

Riferimenti

Modello a soglia lineare

[1] M.Granovetter. "Treshold models of collective behavior", *American journal of sociology*, 1978.

Massimizzazione dell'influenza in tempo finito

[2] D.Rosa, A. Giua. *On the spread of innovation in social network*, in preparation.

GRAZIE PER L'ATTENZIONE