

Modelli Stocastici

Esercitazione 7

4 dicembre 2018

Esercizio 1. Sotto l'ipotesi di processo di Poisson degli arrivi, durate di servizio esponenziali, e buffer di capacità infinita, dimensionare la frequenza di servizio μ di un sistema di elaborazione che riceve processi da elaborare con frequenza media $\lambda = 1$ processo/sec, in maniera che il tempo medio nel sistema non ecceda a regime 0.5 sec.

Esercizio 2. Una linea di trasmissione trasmette dati con velocità costante $c = 1200$ bit/sec. Un pacchetto dati è formato da L bit, dove L è una variabile aleatoria con distribuzione esponenziale e valore atteso $E[L] = 600$ bit. Ipotizzando che i pacchetti dati arrivino come generati da un processo di Poisson, e che la linea di trasmissione sia preceduta da un buffer di capacità infinita, determinare la frequenza massima λ di pacchetti dati in arrivo tale da garantire un tempo medio a regime di attesa nel buffer inferiore a 1 sec.

Esercizio 3. Si intende progettare una stazione di lavorazione che consiste in una singola macchina e uno spazio di capacità finita per l'accodamento dei pezzi da lavorare. La specifica di progetto richiede che, a regime, non più del 10% dei pezzi in arrivo siano deviati verso un'altra macchina perchè non c'è spazio in coda. Si ipotizza che i pezzi arrivino come generati da un processo di Poisson con parametro $\lambda = 1$ pezzo/min. Per quanto riguarda le durate delle lavorazioni, è noto che seguono una distribuzione esponenziale con tasso μ dipendente dalla tipologia di macchina scelta (si riporta anche il costo per l'acquisto di ciascuna macchina):

- M_1 : $\mu = 0.5$ pezzi/min, costo 100 KEuro;
- M_2 : $\mu = 1.2$ pezzi/min, costo 300 KEuro;
- M_3 : $\mu = 2.0$ pezzi/min, costo 500 KEuro.

In aggiunta, ciascuna unità di spazio di accodamento ha un costo di 80 KEuro.

Scegliere la macchina e la capacità della stazione di lavorazione con l'obiettivo di minimizzare i costi e soddisfare la specifica di progetto.

Si suggerisce di calcolare la quantità $\pi_K = P(X = K)$, dove X indica il numero di pezzi nel sistema, per una generica coda di servizio M/M/1/K, e applicare la proprietà PASTA.

Esercizio 4. Al banco di una gelateria arrivano nei pomeriggi dei giorni festivi circa 80 clienti all'ora. Il manager del locale ha la possibilità di assumere con lo stesso costo un cameriere molto efficiente, che sarebbe in grado di servire in media un cliente in 30 secondi, oppure due camerieri pelandroni ciascuno in grado di servire in media un cliente in 1 minuto. I clienti, in entrambi i casi si disporrebbero in un'unica fila. Si valuti, nei due diversi casi, il tempo medio perso da un cliente per acquistare un gelato supponendo che gli arrivi e i servizi siano processi poissoniani.

Quale delle due soluzioni sarebbe da preferire in termini di servizio offerto?

Dare una interpretazione del risultato ottenuto.