Modelli Stocastici

Esercitazione 2

16 novembre 2018

Esercizio 1. Si consideri una variabile aleatoria discreta X con distribuzione di Poisson con parametro λ:

$$P(X = i) = \frac{e^{-\lambda}\ \lambda^i}{i!}, \qquad i = 0, 1, 2, \dots$$

(a) Si dimostri che $\sum_{i=0}^{\infty} P(X = i) = 1$.

(b) Si calcoli $P(X > 2)$ con $\lambda = 4$.

Esercizio 2. Un canale di trasmissione disturbato ha una probabilità di errore che segue una distribuzione di Bernoulli di parametro $p = 0.01$.

(a) Si calcoli la probabilità che vi sia più di un errore in 10 cifre ricevute.

(b) Si può dimostrare che la distribuzione di Poisson con parametro λ può essere usata come approssimazione di una distribuzione binomiale con parametri n e p se $\lambda = np$, n è sufficientemente grande e p sufficientemente piccolo. Si ripeta il calcolo di probabilità fatto al punto precedente usando tale approssimazione.

Esercizio 3. Si consideri la variabile casuale discreta X la cui funzione di probabilità è data dalla seguente tabella

x	$P(x)$
1	0.5
2	0.2
3	0.3

Si calcoli per mezzo della funzione generatrice di probabilità, la media $E[X]$ e la varianza $Var[X]$.

Esercizio 4. Sia X una variabile aleatoria continua con funzione di distribuzione

$$f(x) = \begin{cases} kx & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

dove k è una costante.

(a) Si determini il valore di k e si tracci il grafico di $f(x)$.

(b) Si calcoli e si tracci il grafico della funzione distribuzione cumulativa di probabilità $F_X(x) = P(X \leq x)$ corrispondente.

(c) Si calcoli $P(1/4 < X \leq 2)$.

(d) Si calcoli (in base alla sua definizione) la media $E[X]$.

(e) Si calcoli la varianza $Var[X]$ ricordando che $Var[X] = E[X^2] - (E[X])^2$.