

Analisi dei Sistemi — Esercitazione 2

Corso di laurea in Ingegneria Biomedica 2019/2020

Esercizio 1. Si consideri il pendolo in Fig. 1 costituito da una massa m [Kg] posta all'estremità di un'asta di lunghezza L [m] e massa trascurabile. La posizione della massa m è individuata dall'angolo θ [rad] che l'asta forma con la verticale, dove il verso di θ è assunto positivo quando diretto in senso antiorario, come mostrato in Fig. 1.

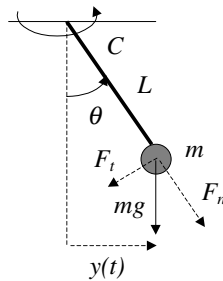


Figura 1: Pendolo

Si assuma come variabile d'uscita $y(t) = L \sin \theta(t)$ e come variabile d'ingresso $u(t)$ la coppia esterna $C(t)$. Nel caso in cui le oscillazioni a cui il sistema è sottoposto siano molto piccole, è lecito assumere $\sin \theta \simeq \theta$, per cui il modello IU di tale sistema vale

$$\ddot{y}(t) + \frac{b}{mL} \dot{y}(t) + \frac{g}{L} y(t) = \frac{1}{mL} u(t)$$

dove $g = 9.8$ [m / s²] è pari all'accelerazione di gravità.

Ora, assunto $m = 10$ [Kg], $L = 4.9$ [m], si considerino i seguenti casi:

$$(a) \quad b = 147[\text{Ns}], \quad (b) \quad b = 0[\text{Ns}], \quad (c) \quad b = 2m\sqrt{gL}.$$

1. Si determini il polinomio caratteristico.
2. Si determinino le radici del polinomio caratteristico nei tre casi.
3. Si determinino i valori dei parametri caratteristici dei modi nei tre casi e, per i modi relativi a radici di molteplicità unitaria, si determini il tempo di assestamento al 5%.
4. Si tracci l'andamento qualitativo dei modi del sistema nei tre casi. Nel caso di modo pseudoperiodico si specifichi l'equazione delle curve involuppo e gli istanti di tempo in cui il modo interseca tali curve.
5. Posto $t_0 = 0$ [s] si determini nei tre casi l'evoluzione libera del sistema a partire dalle condizioni iniziali

$$y_l(t)|_{t=t_0} = 1 \text{ [m]}, \quad \left. \frac{dy_l(t)}{dt} \right|_{t=t_0} = 2 \text{ [m/s]}.$$

6. Si determini nel caso (a) l'evoluzione libera del sistema a partire dalle stesse condizioni iniziali del punto precedente assumendo però $t_0 = 2$ [s].
7. Si determini, senza calcolarla, che forma assume la risposta impulsiva nei tre diversi casi.
8. - Domanda rimossa -