

Elementi di Analisi dei Sistemi

Seconda Prova Scritta - 12 giugno 2026

Alessandro Giua — giua@unica.it

Esercizio 1. (18 punti) Si consideri la funzione di trasferimento:

$$\text{(Testo A)} \quad W(s) = \frac{100s}{40s^2 + 88s + 16}, \quad \text{(Testo B)} \quad W(s) = \frac{200s}{s^2 + 22s + 40}.$$

- (a) (2 punti) Si ponga tale funzione in forma di Bode e si determinino i parametri caratteristici.
- (b) (7 punti) Si tracci il diagramma di Bode.
- (c) (3 punti) Che tipo di filtro rappresenta questo sistema? Si determini, se possibile, la banda passante a $-6dB$ indicando sul grafico come è stata calcolata. Si discuta che significato fisico ha questo valore.
- (d) (3 punti) Si discuta se il sistema descritto da questa funzione di trasferimento ammetta risposta a regime per un ingresso sinusoidale. Se la risposta è positiva, si determini la risposta a regime per l'ingresso $u(t) = 3 \cos(6t + \frac{\pi}{4}) \delta_{-1}(t)$.
- (e) (3 punti) Si determini mediante le trasformate di Laplace la risposta indiciale di questo sistema. Si discuta se essa possa scomporsi in un termine transitorio e uno di regime. Il termine di regime coincide con quanto prevede la teoria?

Esercizio 2. (13 punti) È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

dove

$$\text{(Testo A)} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad C = [2 \quad 2], \quad D = [0],$$

$$\text{(Testo B)} \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad C = [-1 \quad 1], \quad D = [0].$$

- (a) (3 punti) Si determini la matrice di risolvete e, antitrasformando, la matrice di transizione dello stato.
- (b) (2 punti) Dato lo stato iniziale $x_0 = [1 \quad -3]^T$, si determini l'evoluzione libera dello stato.
- (c) (2 punti) Si discuta se il sistema sia stabile secondo Lyapunov. È possibile stabilire se il sistema è BIBO stabile senza ricorrere al calcolo della funzione di trasferimento?
- (d) (3 punti) Si determini la funzione di trasferimento e il modello ingresso-uscita di tale sistema.
- (e) (3 punti) Dato l'ingresso $u(t) = e^{-3t} \delta_{-1}(t)$, si determini l'evoluzione forzata dell'uscita usando, a piacere, il modello in variabili di stato o la funzione di trasferimento.