Elementi di Analisi dei Sistemi

Seconda Prova Scritta - 10 giugno 2025

Alessandro Giua — giua@unica.it

Esercizio 1. (13 punti) Un sistema è caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento:

$$\text{(Testo A)} \quad W(s) = \frac{20s + 10}{5s^2 + 26s + 5}, \qquad\qquad \text{(Testo B)} \quad W(s) = \frac{-80s + 40}{5s^2 + 4s + 80}.$$

(a) *(1 punto)* Si riporti tale funzione in forma di Bode, indicando tutti i parametri che la caratterizzano.

(b) *(6 punti)* Si tracci il diagramma di Bode.

(c) *(2 punti)* Si valuti sul diagramma di Bode precedentemente tracciato

(Testo A) *la banda passante a* $-20dB$, (Testo B) *il modulo (e la pulsazione) alla risonanza.*

(d) *(2 punti)* Si discuta se il valore determinato al punto precedente aumenta, diminuisce o resta costante cambiando il polinomio $N(s)$ al numeratore della funzione di trasferimento data in

$$\text{(Testo A)} \quad N'(s) = 10s + 10, \qquad\qquad \text{(Testo B)} \quad N'(s) = -40s + 40.$$

(e) *(2 punti)* Si discuta se per il sistema dato esista un valore di pulsazione $\bar{\omega}$ tale che: ad un ingresso $u(t) = \cos(\bar{\omega}t)$ corrisponde una risposta a regime $y_r(t) = \cos(\bar{\omega}t + \phi)$ della stessa ampiezza. Quanto vale in tal caso lo sfasamento ϕ?

Esercizio 2. (7 punti) Si consideri un sistema descritto dal seguente modello ingresso-uscita

$$\text{(Testo A)} \quad \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 5\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 6u(t)$$

$$\text{(Testo B)} \quad \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = 20u(t)$$

(a) *(3 punti)* Si determini la risposta indiciale del sistema.

(b) *(2 punti)* È possibile scomporre questa risposta forzata in un termine transitorio e di regime? Quanto valgono questi termini.

(c) *(2 punti)* Si discuta per che valore del tempo si possa ritenere che si sia raggiunto il regime.

Esercizio 3. (10 punti) È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

dove

$$\text{(Testo A)} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = [0],$$

$$\text{(Testo B)} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = [0].$$

(a) *(2 punti)* Si determinino i punti di equilibrio di tale sistema rappresentandoli nello spazio stato. Se ne valuti la stabilità secondo Lyapunov.

(b) *(3 punti)* Si determini la matrice risolvente.

(c) *(3 punti)* Si determini la matrice di transizione dello stato.

(d) *(2 punti)* Dato lo stato iniziale $x_0 = \ [\, 6 \ \ -2 \,]^T$, si determini l'evoluzione libera dello stato e dell'uscita.