

Elementi di Analisi dei Sistemi

Seconda Prova Scritta - 12 giugno 2024

Alessandro Giua — giua@unica.it

Esercizio 1. (15 punti) È data la seguente funzione di trasferimento:

$$\text{(Testo A)} \quad W(s) = \frac{8s}{s^2 + 0.4s + 4}, \quad \text{(Testo B)} \quad W(s) = \frac{40s}{2s^2 + 18s + 16}.$$

- (a) (2 punti) Si riporti tale funzione in forma di Bode, indicando tutti i parametri che la caratterizzano.
- (b) (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode di tale funzione.
- (c) (3 punti) Si discuta se tale sistema ammetta risposta a regime permanente quando esso è soggetto ad un ingresso sinusoidale. Si determini, utilizzando il diagramma di Bode, la risposta a regime conseguente all'ingresso $u(t) = 3 \cos(4t) \delta_{-1}(t)$.
- (d) (2 punti) Si valuti, se possibile, il modulo e la pulsazione alla risonanza sul diagramma di Bode precedentemente tracciato.
- (e) (2 punti) Tra i vari tipi di filtro discussi a lezione, quale rappresenta meglio le proprietà filtranti di questo sistema? Si determini la banda passante a -20dB mostrando come è stata calcolata sul diagramma di Bode precedentemente tracciato.

Esercizio 2. (15 punti) Si consideri il sistema descritto dal modello in variabili di stato

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

dove

$$\text{(Testo A)} \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad C = [-1 \quad 2], \quad D = [0],$$

$$\text{(Testo B)} \quad A = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad C = [-1 \quad 2], \quad D = [0].$$

- (a) (4 punti) Si determini la matrice risolvete di tale sistema e si calcoli l'evoluzione libera dello stato $x_\ell(t)$ e dell'uscita $y_\ell(t)$ a partire da uno stato iniziale $x(0) = [2 \quad -1]^T$.
- (b) (6 punti) Si determini l'evoluzione forzata dello stato $x_f(t)$ e dell'uscita $y_f(t)$ quando al sistema viene applicato il segnale di ingresso $u(t) = 3 \delta_{-1}(t)$.
- (c) (2 punti) Si determini la funzione di trasferimento di tale sistema e il corrispondente modello ingresso-uscita. Qual è l'ordine del modello in variabili di stato e quello del modello ingresso-uscita?
- (d) (3 punti) Si determinino i punti di equilibrio del sistema e si discuta di quali proprietà di stabilità alla Lyapunov gode il sistema. Tale analisi è consistente con l'espressione analitica dell'evoluzione libera dello stato determinata al punto (a) precedente?