

Elementi di Analisi dei Sistemi — Esercitazione 6

11 maggio 2022

Esercizio 1. Si consideri il sistema descritto dalla seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t)x_2(t)(2 - x_1(t)) \\ \dot{x}_2(t) = x_2(t) - 3 \end{cases}$$

- (a) Si discuta se tale sistema sia lineare/non lineare, autonomo/non autonomo.
- (b) Si valutino i punti di equilibrio del sistema e li si rappresenti nello spazio di stato.
- (c) Dalla sola conoscenza dei punti di equilibrio determinati al punto precedente, è possibile che tale sistema abbia un punto di equilibrio: a) instabile; b) globalmente asintoticamente stabile?

Esercizio 2. Si considerino i sistemi descritti dalle seguenti funzioni di trasferimento:

$$W_1(s) = \frac{7}{s^2 + 1}; \quad W_2(s) = \frac{s - 1}{s^2 - 1}; \quad W_3(s) = \frac{s + 4}{(s + 1)^2}.$$

Si rappresentino i poli di ogni funzione sul piano di Gauss e si valuti la stabilità BIBO di ciascun sistema. Se un sistema non è BIBO stabile, si determini un ingresso limitato a cui consegue una uscita non limitata.

Esercizio 3. Si considerino i seguenti sistemi lineari e autonomi descritti dal modello

$$\dot{x}(t) = A_i x(t), \quad i = 1, \dots, 3$$

dove la matrice di stato vale:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}.$$

- (a) Si calcolino gli stati di equilibrio rappresentandoli nello spazio di stato.
- (b) Si rappresentino gli autovalori di ogni matrice sul piano di Gauss e si stabilisca se gli stati di equilibrio precedentemente determinati sono stabili, instabili o asintoticamente stabili.

Esercizio 4. Si consideri il seguente sistema SISO lineare e stazionario

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

- (a) Si valuti la stabilità asintotica di tale sistema.
- (b) Si valuti la stabilità BIBO e si discuta se tale risultato è in accordo con quanto visto al punto precedente.