

Elementi di Analisi dei Sistemi — Esercitazione 4

27 aprile 2022

Esercizio 1. Il modello ingresso-uscita di un sistema lineare e stazionario vale:

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 11\frac{d}{dt}y(t) + 10y(t) = \frac{d}{dt}u(t) + 2u(t).$$

1. Si determini la funzione di trasferimento del sistema rappresentandola in forma polinomiale, in forma zeri-poli e in forma residui-poli. Quanto vale il guadagno di Bode K e il guadagno alle alte frequenze K' ?
2. SI determini la risposta impulsiva del sistema a partire dalla forma residui-poli.
3. Si determini mediante l'uso delle trasformate di Laplace la risposta indiciale di tale sistema indicando, se possibile, il termine transitorio e il termine di regime.
4. Si discuta se il valore iniziale e finale della risposta indiciale siano consistenti con quanto previsto dalla teoria.
5. Si verifichi che la risposta impulsiva è la derivata della risposta indiciale.
6. Si discuta entro quanto tempo si può ritenere che sia stato raggiunto il valore di regime.
7. Si tracci il grafico di questa funzione con MATLAB e si verifichino i risultati ottenuti.

Esercizio 2. È dato un sistema descritto dal modello in variabili di stato

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1)$$

1. Si calcoli la funzione di trasferimento e si determini un modello ingresso-uscita equivalente alla rappresentazione in variabili di stato.
2. Si determini, con l'uso delle trasformate di Laplace, l'evoluzione libera dello stato a partire dallo stato iniziale $x(0) = [1 \ 1]^T$.
3. Si determini, con l'uso delle trasformate di Laplace, l'evoluzione forzata dello stato in conseguenza dell'applicazione dell'ingresso $u(t) = e^{-t}\delta_{-1}(t)$. I modi che compongono la risposta forzata sono quelli attesi?
4. Si discuta se sia possibile scomporre l'evoluzione dello stato in un termine transitorio e in un termine di regime.

Esercizio 3. La risposta indiciale di un sistema lineare e stazionario vale $w_{-1}(t) = te^{-2t} \delta_{-1}(t)$.

1. Si determini il modello ingresso-uscita di tale sistema.
2. Si discuta se il sistema ammette risposta a regime permanente e, nel caso, si valuti se il termine di regime ha la forma attesa.