

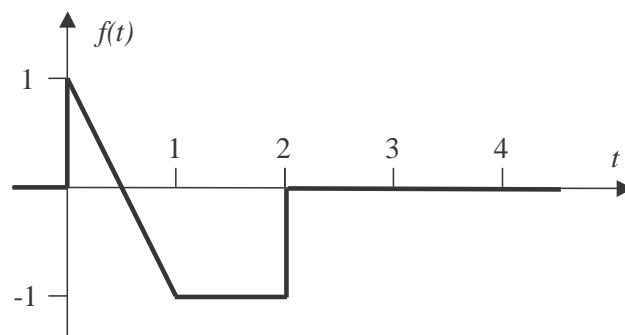
# Elementi di Analisi dei Sistemi — Esercitazione 3

6 aprile 2022

**Esercizio 1.** Calcolare la trasformata di Laplace delle seguenti funzioni del tempo:

$$f_a(t) = (1 + 4te^{3t}) \delta_{-1}(t); \quad f_b(t) = 7(t^2 + 1)^2 \delta_{-1}(t); \quad f_c(t) = \cos\left(t + \frac{\pi}{3}\right) \delta_{-1}(t).$$

**Esercizio 2.** Trasformare secondo Laplace la seguente funzione assegnata graficamente:



**Esercizio 3.** Antitrasformare le seguenti funzioni di  $s$ :

$$F_a(s) = \frac{3s - 2}{s^3 - 4s^2 + 20s}; \quad F_b(s) = \frac{5s^2 - s - 3}{2s^2 + 2s - 12}.$$

**Esercizio 4.** Si consideri l'equazione differenziale:

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 4\frac{d}{dt}y(t) + 3y(t) = \frac{d}{dt}u(t).$$

Si determini mediante l'uso delle trasformate di Laplace l'evoluzione  $y(t)$  per  $t \geq 0$  a partire dalle condizioni iniziali

$$y_0 = y(t)|_{t=0} = 3, \quad y'_0 = \left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=0} = 1,$$

e supponendo che il segnale  $u(t)$  valga

$$u(t) = \begin{cases} 2t & t \geq 0, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si indichi il termine che corrisponde all'evoluzione libera e alla evoluzione forzata e si tracci l'andamento di tali segnali.

**Esercizio 5.** Data la funzione

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \frac{9s + 10}{s^2 + 5s}$$

si discuta se esista il  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$  e, se esiste, lo si determini applicando il teorema del valore finale. Si antitrasformi la funzione data e si verifichi il risultato ottenuto.

Funzione del tempo		Trasformata di Laplace
Impulso unitario	$\delta(t)$	1
Gradino unitario	$\delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{s}$
Rampa lineare	$t \delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{s^2}$
Polinomiale	$\frac{t^k}{k!} \delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{s^{k+1}}$
Esponenziale	$e^{at} \delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{s - a}$
Seno	$\sin(\omega t) \delta_{-1}(t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
Coseno	$\cos(\omega t) \delta_{-1}(t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
Sinusoide smorzata	$e^{at} \sin(\omega t) \delta_{-1}(t)$	$\frac{\omega}{(s - a)^2 + \omega^2}$
Cosinusoide smorzata	$e^{at} \cos(\omega t) \delta_{-1}(t)$	$\frac{s - a}{(s - a)^2 + \omega^2}$
Rampa esponenziale (o cisoide)	$\frac{t^k}{k!} e^{at} \delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{(s - a)^{k+1}}$