

Elementi di Analisi dei Sistemi

Seconda prova intermedia - 31 maggio 2021

Alessandro Giua — giua@unica.it

Esercizio 1. (15 punti) È data la seguente funzione di trasferimento:

$$\text{(Testo A)} \quad W(s) = \frac{-50s - 25}{s^2 + 4s + 100}, \quad \text{(Testo B)} \quad W(s) = \frac{s + 10}{20s^2 + 4s + 5}.$$

- (a) (2 punti) Si riporti tale funzione in forma di Bode, indicando tutti i parametri che la caratterizzano.
- (b) (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode di tale funzione.
- (c) (3 punti)
(Testo A) Si valuti la banda passante a $-20dB$ sul diagramma di Bode precedentemente tracciato. Come si modificerebbe tale valore se tutti i coefficienti del polinomio al numeratore della funzione di trasferimento data venissero cambiati di segno?
(Testo B) Si valuti il modulo e la pulsazione alla risonanza sul diagramma di Bode precedentemente tracciato. Come si modificerebbero tali parametri se tutti i coefficienti del polinomio al numeratore della funzione di trasferimento data venissero cambiati di segno?
- (d) (4 punti) Si discuta in termini generali che cosa si intende per:

(Testo A): *risonanza* (Testo B): *banda passante*

ricordando il significato fisico di tale fenomeno e come esso possa valutarsi dall'analisi del diagramma di Bode.

Tale domanda non è legata al particolare sistema considerato in questo esercizio. Essa vuole valutare la preparazione generale e verrà valutata comparativamente anche in base alla chiarezza espositiva e proprietà di linguaggio nella risposta.

Esercizio 2. (6 punti) Si determini se il sistema studiato nel precedente esercizio ammetta risposta a regime per un ingresso sinusoidale e, in caso affermativo, si determini la risposta a regime che consegue all'applicazione del segnale di ingresso $u(t) = 2 \cos(0.1t + \pi/4) \delta_{-1}(t)$. Si discuta se il risultato determinato analiticamente possa venir confermato mediante l'analisi del diagramma di Bode precedentemente tracciato.

Esercizio 3. (9 punti) È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

dove

$$\text{(Testo A)} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [\alpha \quad 1], \quad D = [0],$$

$$\text{(Testo B)} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad \alpha], \quad D = [0].$$

e $\alpha \in \mathbb{R}$ è un parametro costante.

- (a) (2 punti) Si determini la funzione di trasferimento di tale sistema e un modello ingresso-uscita ad esso equivalente.
- (b) (2 punti) Si discuta come varia la stabilità BIBO di tale sistema al variare del parametro α .
- (c) (5 punti) Posto $\alpha = 5$, si determini l'evoluzione forzata dello stato e dell'uscita conseguente all'applicazione di un gradino unitario. Si discuta se tali segnali possono essere scomposti in un termine transitorio e uno di regime.