Analisi dei Sistemi 2020 - Corso per Biomedici

Primo tutorato preparazione esame — 5 giugno 2020

Esercizio 1. Si consideri il sistema descritto dal seguente modello ingresso-uscita

$$(1-\varrho)\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} + y(t) + \varrho = \frac{du(t)}{dt} + \eta t^2 u(t),$$

dove ϱ (rho) e η (eta) sono parametri costanti incogniti.

1. Si discuta se tale sistema sia lineare, stazionario, dinamico e causale per ogni possibile valore di $\varrho, \eta \in \mathbb{R}$.

   Per svolgere i punti seguenti si assuma che valga $\varrho = \eta = 0$*.*

2. Si determinino i modi del sistema, li si classifichi e si tracci il loro andamento qualitativo. Si indichi qual è il modo più veloce ad estinguersi.

3. Si determini, mediante le trasformate di Laplace, la risposta forzata che consegue all'applicazione di un ingresso $u(t) = 9e^t\,\delta_{-1}(t)$.

4. Si supponga che l'ingresso indicato al punto precedente venga applicato con un ritardo di due secondi, ovvero si consideri un nuovo ingresso $\bar{u}(t) = 9e^{t-2}\,\delta_{-1}(t-2)$. Si discuta come possa determinarsi, senza eseguire ulteriori calcoli, la risposta forzata che ad esso consegue.

Esercizio 2. È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

dove

$$A = \begin{bmatrix} \beta & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

1. Si calcoli la matrice di transizione dello stato e^{At} mediante lo sviluppo di Sylvester.

2. Supposto che lo stato iniziale della rappresentazione sia $x(0) = [2 \;\; 1]^T$ si determini l'evoluzione libera dello stato $x(t)$ e dell'uscita $y(t)$.

3. Data la trasformazione di similitudine $x(t) = Pz(t)$ con $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ si determini la nuova rappresentazione che ha $z(t)$ come vettore di stato.

4. Si calcoli la matrice di transizione dello stato $e^{A't}$ per la rappresentazione che ha $z(t)$ come vettore di stato.

5. Sia A'' la matrice ottenuta da A cambiando l'elemento $(1,1)$ in 0. Si calcoli la matrice di transizione dello stato $e^{A''t}$. Si discuta se la matrice A'' e la matrice $e^{A''t}$ siano singolari o meno.