

Elementi di Analisi dei Sistemi

Seconda Prova Scritta - 3 giugno 2019

Alessandro Giua — giua@unica.it

Esercizio 1. (6 punti) La risposta forzata di un sistema lineare e stazionario all'ingresso

$$\text{(Testo A)} \quad u(t) = e^{-t/2} \delta_{-1}(t) \qquad \text{(Testo B)} \quad u(t) = e^{-3t} \delta_{-1}(t)$$

vale

$$\text{(Testo A)} \quad y_f(t) = (2 - 2e^{-t/2} + 3te^{-t/2}) \delta_{-1}(t) \qquad \text{(Testo B)} \quad y_f(t) = (3 - 3e^{-3t} + te^{-3t}) \delta_{-1}(t)$$

- (a) (2 punti) Si determini il modello ingresso-uscita di tale sistema.
- (b) (2 punti) Si discuta se sia possibile identificare nella risposta forzata data il termine $y_{f,p}(t)$ associato ai modi introdotti dall'ingresso.
- (c) (2 punti) Si discuta se il sistema ammetta risposta a regime permanente e, nel caso, si valuti quanto valga questo termine nella risposta forzata data.

Esercizio 2. (8 punti) È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

dove

$$\text{(Testo A)} \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [2 \quad -1], \quad D = [1],$$

$$\text{(Testo B)} \quad A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0], \quad D = [2].$$

- (a) (2 punti) Si determini la matrice risolvete.
- (b) (2 punti) Si calcoli, usando la formula di Lagrange nel dominio della variabile di Laplace, l'evoluzione libera dello stato $x_\ell(t)$ e l'evoluzione libera dell'uscita $y_\ell(t)$ di tale sistema a partire dallo stato iniziale $x(0) = [-1 \ 1]^T$.
- (c) (2 punti) Si determini la stabilità BIBO di tale sistema.
- (d) (2 punti) Si determini un modello ingresso-uscita di tale sistema.

Esercizio 3. (16 punti) È data la seguente funzione di trasferimento:

$$\text{(Testo A)} \quad W(s) = \frac{10s^2 + 12s + 30}{10s^2 + 101s + 10}, \quad \text{(Testo B)} \quad W(s) = \frac{10s^2 + 101s + 10}{10s^2 + 12s + 30}.$$

- (a) (2 punti) Si riconduca tale funzione alla forma di Bode, indicando tutti i fattori che la compongono e i loro parametri significativi.
- (b) (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode della $W(j\omega)$.
- (c) (2 punti) Si discuta in termini generali che cosa si intende per filtro *passa-basso*? Tale sistema può essere considerato tale?
- (d) (2 punti) Dall'analisi del diagramma, si discuta per quali valori di pulsazione $\bar{\omega}$ ad un segnale in ingresso $\cos(\bar{\omega}t)$ consegue una risposta a regime di minima ampiezza.
- (e) (4 punti) Si calcoli la risposta impulsiva di tale sistema. Potete giustificare la presenza di tutti i termini che la compongono?