

Elementi di Analisi dei Sistemi

Seconda Prova Scritta - 29 maggio 2017

Esercizio 1. (14 punti) È data la seguente funzione di trasferimento:

$$\text{(Testo A)} \quad W(s) = \frac{50s^2 + 95s + 30}{10s^2 + 101s + 10}, \quad \text{(Testo B)} \quad W(s) = \frac{10s^2 + 101s + 10}{10s^2 + 19s + 6}.$$

- (a) (2 punti) Si riporti tale funzione in forma di Bode, indicando tutti i parametri che la caratterizzano.
- (b) (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode di tale funzione.
- (c) (4 punti) Si discuta se tale sistema ammette risposta a regime quando esso è soggetto ad un ingresso sinusoidale. Si determini per via analitica la risposta a regime conseguente all'ingresso

$$u(t) = -\cos(4t + \pi/4)\delta_{-1}(t).$$

- (d) (2 punti) Si discuta come sia possibile rispondere al punto precedente per via grafica, usando il diagramma di Bode precedentemente costruito. Il risultato ottenuto per via analitica è consistente con quello ottenuto per via grafica?

Esercizio 2. (16 punti) È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

dove

$$\begin{aligned} \text{(Testo A)} \quad & A = \begin{bmatrix} -3 & \alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0], \quad D = [0], \\ \text{(Testo B)} \quad & A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ \alpha & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 1], \quad D = [0]. \end{aligned}$$

Tale rappresentazione dipende da un parametro incognito $\alpha \in \mathbb{R}$.

- (a) (2 punti) Si discuta come varia, al variare del parametro α , la stabilità secondo Lyapunov di tale sistema.
- (b) (3 punti) Si determini la funzione di trasferimento di tale sistema e il corrispondente modello ingresso-uscita.
- (c) (3 punti) Si discuta come varia, al variare del parametro α , la stabilità BIBO di tale sistema e si discuta se tale risultato sia consistente con quanto determinato al punto (a).
- (d) (7 punti) Assunto $\alpha = -1$, si determini l'evoluzione dello stato $x(t)$ e dell'uscita $y(t)$ quando al sistema viene applicato il segnale di ingresso $u(t) = 2\delta_{-1}(t)$ a partire dalla condizione iniziale $x(0) = [1 \ 2]^T$.
- (e) (1 punto) Si discuta se la risposta dello stato e dell'uscita determinata al punto precedente possa essere scomposta in un termine transitorio e in un termine di regime, indicando quanto valgono i singoli termini.