Elementi di Analisi dei Sistemi — Esercitazione 6

18 maggio 2017

Esercizio 1. Si considerino i tre sistemi SISO lineari e stazionari descritti dalle seguenti funzioni di trasferimento:

$$W_1(s) = \frac{7}{s^2+1}; \qquad W_2(s) = \frac{s-1}{s^2-1}; \qquad W_3(s) = \frac{s+4}{(s+1)^2}.$$

Si rappresentino i poli di ogni funzione sul piano di Gauss e si valuti la stabilità BIBO dei corrispondenti sistemi.

Esercizio 2. Si considerino i seguenti sistemi lineari, stazionari e autonomi descritti dal modello

$$\dot{x}(t) = A_i x(t), \qquad i = 1, ..., 4$$

dove la matrice di stato vale:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \qquad A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, \qquad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}, \qquad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Si calcolino gli stati di equilibrio e li si rappresenti nello spazio di stato.

(b) Si rappresentino gli autovalori di ogni matrice sul piano di Gauss e si stabilisca se gli stati di equilibrio precedentemente determinati sono stabili, instabili o asintoticamente stabili.

Esercizio 3. Si consideri il seguente sistema SISO lineare e stazionario

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} u(t) \\ \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

(a) Si valuti la stabilità asintotica di tale sistema.

(b) Si valuti la stabilità BIBO e si discuta se tale risultato è in accordo con quanto visto al punto precedente..

Esercizio 4. Si consideri il sistema descritto dalla seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -2x_1^2(t)x_2(t) + 4 \\ \dot{x}_2(t) &= 1 - x_2(t) \end{cases}$$

(a) Si discuta se tale sistema sia lineare/non lineare, autonomo/non autonomo.

(b) Si valutino i punti di equilibrio del sistema e li si rappresenti nello spazio di stato.

(c) Si determini se tali punti di equilibrio siano stabili o meno mediante il I metodo di Lyapunov.