

# Controllo Digitale — Prova scritta

15 marzo 2019

**Esercizio 1. (7 punti)** Un segnale a tempo continuo  $x(t)$  viene campionato con passo  $T_c$ . Sia  $x^*(t)$  il segnale a tempo continuo ottenuto campionando con un treno di impulsi e  $\hat{x}(kT_c)$  il corrispondente segnale a tempo discreto.

- (a) (3 punti) Si discuta che relazioni esistano fra le trasformate  $X(s)$ ,  $X^*(s)$  e  $\hat{X}(z)$  dei vari segnali.
- (b) (2 punti) Come sono legati i poli di  $X(s)$  ai poli di  $X^*(s)$  e  $\hat{X}(z)$ ?
- (c) (2 punti) Dato il segnale  $x(t) = 1 + 3e^{-t}$  campionato con passo  $T_c = 0.1$ , si rappresentino nel piano  $s$  e nel piano  $z$  i poli delle trasformate discussi al precedente punto.

**Esercizio 2. (17 punti)** È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario

$$\begin{cases} x(k+1) &= A x(k) + B u(k) \\ y(k) &= C x(k) \end{cases}$$

dove

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [3 \quad 0].$$

- (a) (2 punti) Si determinino i modi del sistema e si tracci la loro evoluzione.
- (b) (5 punti) Si calcoli la matrice di transizione dello stato a tempo discreto  $A^k$  mediante sviluppo di Sylvester e si determini l'evoluzione libera dello stato e dell'uscita a partire dallo stato iniziale  $x(0) = [2 \quad 4]^T$ .
- (c) (5 punti) Si determini mediante  $z$ -trasformata l'evoluzione forzata dello stato e dell'uscita per un segnale di ingresso  $u(k) = (-1)^k$ .
- (d) (1 punto) Si discuta se tale rappresentazione sia controllabile.
- (e) (4 punti) Si determini una legge di controllo in retroazione dello stato che porti ad un sistema a ciclo chiuso la cui matrice di stato ha autovalori  $-0.5$  e  $0.8$ .

**Esercizio 3. (6 punti)** È data la funzione di trasferimento di un regolatore analogico

$$C_c(s) = \frac{s}{s+1}.$$

- (a) (4 punti) Determinare la funzione di trasferimento  $C_d(z)$  del corrispondente regolatore digitale ottenuto utilizzando il metodo di Tustin con tempo di campionamento  $T = 2$ .
- (b) (2 punti) Determinare la relativa equazione alle differenze ingresso-uscita del regolatore digitale.