Controllo Digitale — Esercitazione 3

26 marzo 2019

Esercizio 1. È dato il seguente segnale:

$$x(t) = \sin(2t) + \frac{1}{2}\sin(8t).$$

(a) Si valuti la pulsazione minima di campionamento $\omega_{\min}$ che, nel caso ideale, garantisca la ricostruibilità del segnale. Si scelga poi una pulsazione di campionamento $\omega_c = 3\,\omega_{\min}$ e si determinino i corrispondenti valori del tempo di campionamento T_c e della frequenza di campionamento f_c.

(b) Si determini il segnale a tempo discreto campionato $\hat{x}(kT_c)$, tracciando mediante MATLAB nello stesso grafico sia $x(t)$ che $\hat{x}(kT_c)$.

(c) Si determini l'espressione analitica del segnale a tempo continuo campionato $x^*(t)$.

(d) Si tracci lo spettro di ampiezza $\mid X(j\omega) \mid$ del segnale $x(t)$ e lo spettro di ampiezza $\mid X^*(j\omega) \mid$ del segnale campionato $x^*(t)$.

(e) Si discuta se nello spettro di $X^*(j\omega)$ sia presente una regione di *folding* e se si verifichi il fenomeno di *aliasing*.

(f) Si determini lo spettro di ampiezza di un filtro ideale che consenta la ricostruzione del segnale $x(t)$ a partire dal segnale campionato $x^*(t)$.

(g) Scelta una diversa pulsazione di campionamento $\omega_c' = 10\ rad/s$, si risponda nuovamente ai tre punti precedenti.

(h) Si simuli un processo reale di campionamento e ricostruzione del segnale $x(t)$ mediante SIMULINK.

Esercizio 2. Si consideri la regione $\mathcal{R}_s$ del piano $s = \alpha + j\omega$ definita da

$$-1 \leq \alpha \leq 0; \qquad -2 \leq \omega \leq 2.$$

Si supponga di aver scelto un tempo di campionamento $T_c = 1$.

(a) Si determini la striscia principale nel piano s.

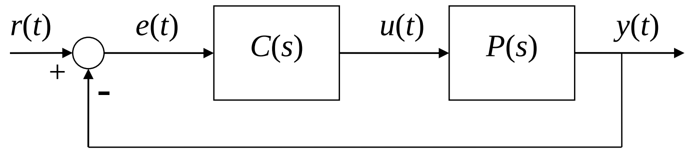
(b) Si tracci la regione $\mathcal{R}_s$ nel piano s e si discuta se essa appartenga alla striscia principale.

(c) Si determini, mediante la trasformazione $z = e^{T_c s}$, la regione $\mathcal{R}_z$ nel piano z che corrisponde ad $\mathcal{R}_s$ e si tracci tale regione.

(d) Si discuta se, per le ipotesi fatte, sia possibile che due diversi punti appartenenti alla regione $\mathcal{R}_s$ mappino nello stesso punto della regione $\mathcal{R}_z$.

(e) Si verifichino i risultati ottenuti tracciando le regioni $\mathcal{R}_s$ e $\mathcal{R}_z$ mediante MATLAB.

Esercizio 3. Lo schema in figura descrive un sistema in retroazione unitaria dove un processo caratterizzato da una funzione di traferimento $P(s)$ viene controllato tramite un compensatore con funzione di traferimento $C(s)$. Il compensatore è stato determinato, per soddisfare date specifiche, mediante una delle varie tecniche di sintesi a tempo continuo studiate nel corso di Controlli Automatici.



Vale

$$P(s) = \frac{8100}{s^2 + 50s + 8100}, \qquad C(s) = \frac{25}{3} \cdot \frac{s+6}{s^2 + 0.5s}.$$

(a) Si desidera controllare il sistema mediante un compensatore digitale. Si determini la *pulsazione di attraversamento* ω_t della funzione di trasferimento d'anello $F(s) = C(s)P(s)$ e si scelga un adeguato tempo di campionamento T_c mediante la relazione empirica: $\omega_t \, T_c \in [0.15, 0.5]$.

(b) Si determini, mediante il metodo delle differenze in avanti, la funzione di trasferimento di un compensatore a tempo discreto $C_{DA}(z)$.

(c) Si determini, mediante il metodo di Tustin, la funzione di trasferimento di un compensatore a tempo discreto $C_T(z)$.

(d) Si supponga che il segnale di riferimento $r(t)$ sia un gradino unitario. Si traccino, mediante SIMULINK, le risposte $y(t)$, $y_{DA}(t)$ e $y_T(t)$ del sistema controllato mediante compensatore a tempo continuo $C(s)$ e mediante i compensatori a tempo discreto $C_{DA}(z)$ e $C_T(z)$. Quale, tra i due compensatori discreti, approssima meglio il compensatore continuo? Tale risultato ha valore generale?

(e) Si valuti, sempre mediante SIMULINK, come variano le prestazioni dei controllori discreti al crescere del tempo di campionamento.