

Controllo di Reti di Petri Toolbox

Marco Ambu

26 maggio 2001

1 Introduzione

Le tecniche del controllo supervisivo possono essere usate per il controllo di Reti di Petri Posto/Transizione. Un sottoinsieme delle specifiche statiche per le Reti di Petri è composto dai vincoli di mutua esclusione generalizzati (GMEC). Le GMEC sono utili perchè ogni vincolo può essere imposto con l'aggiunta di un posto alla rete.

2 Definizioni e notazione

Data una rete di Petri Posto/Transizione $N = (P, T, Pre, Post)$, dove

- $P = \{p_1, \dots, p_m\}$ è un insieme di m posti
- $T = \{t_1, \dots, t_n\}$ è un insieme di t transizioni
- $Pre : P \times T \rightarrow N$; $Pre(p, t)$ è il numero di archi da p a t
- $Post : P \times T \rightarrow N$; $Post(p, t)$ è il numero di archi da t a p

e data una marcatura M , dove

- $M : P \rightarrow N$; $M(p)$ è il numero di gettoni nel posto p

una rete di Petri Posto/Transizione marcata è una coppia $\langle N, M_0 \rangle$:

- N è una rete Posto/Transizione
- M_0 è la marcatura iniziale

Indichiamo con $C = Post - Pre$ la matrice di incidenza della rete $\langle N, M_0 \rangle$, e con $R(N, M_0)$ l'insieme di raggiungibilità della rete.

Una GMEC è una coppia (\vec{w}, k) :

- $\vec{w} \in \mathbf{Z}^m$ è un vettore di pesi dei posti
- $k \in \mathbf{N}$

che definisce un insieme di stati legali $\mathcal{L}(\vec{w}, k) = \{M \in N^m \mid \vec{w}^T \cdot M \leq k\}$ e un insieme di stati proibiti $\mathcal{F}(\vec{w}, k) = \mathbf{N}^m \setminus \mathcal{L}(\vec{w}, k)$.

Data una rete $\langle N, M_0 \rangle$ e una GMEC (\vec{w}, k) , l'insieme di raggiungibilità della rete controllata è $\mathcal{M}(N, M_0, \vec{w}, k) = R(N, M_0) \cap \mathcal{L}(\vec{w}, k)$.

Il posto monitor s che soddisfa una GMEC (\vec{w}, k) per una rete $\langle N, M_0 \rangle$ si calcola come

- $C_s = -\vec{w}^T \cdot C$ è la riga della matrice di di incidenza corrispondente a s
- $M_0(s) = k - \vec{w}^T \cdot M_0$ è la marcatura iniziale di s

Una transizione si dice controllabile se si può impedire che scatti, altrimenti si dice non controllabile.

L'insieme T delle transizioni può essere partizionato in due insiemi disgiunti

- T_u : insieme delle transizioni non controllabili
- T_c : insieme delle transizioni controllabili

3 Controllo mediante posto monitor in presenza di transizioni non controllabili

Il posto monitor che impone una GMEC per una rete senza transizioni non controllabili può essere calcolato con l'unico vincolo che la marcatura iniziale della rete appartenga all'insieme di stati legali imposti dalla GMEC, cioè se è soddisfatta la condizione $M_0 \in \mathcal{L}(\vec{w}, k)$.

Se la rete ha una o più transizioni non controllabili, una GMEC è definita controllabile se il posto monitor corrispondente ha archi solo verso transizioni controllabili; è definita non controllabile se il posto monitor corrispondente ha almeno un arco verso una transizione non controllabile.

Nel caso di GMEC (\vec{w}, k) non controllabile è possibile trovare una o più GMEC (\vec{w}_i, k_i) controllabili che soddisfano il vincolo (\vec{w}, k) . Le GMEC (\vec{w}_i, k_i) sono più restrittive di (\vec{w}, k) , cioè riducono l'insieme di raggiungibilità della rete controllata, $R(N, M_0, \vec{w}_i, k_i) \subset R(N, M_0, \vec{w}, k)$.

4 Funzionalità del toolbox

Il toolbox Controllo di Reti di Petri è un insieme di funzioni Matlab che permette di verificare se una GMEC è controllabile data una rete marcata Posto/Transizione con transizioni non controllabili. Dato un insieme di GMEC è possibile verificare la controllabilità di ciascun vincolo dell'insieme.

In presenza di GMEC non controllabili è possibile trovare le GMEC controllabili, minimamente restrittive, che soddisfano il vincolo non controllabile.

Data una rete e una GMEC o un insieme di GMEC è possibile trovare i posti monitor corrispondenti per la rete.

5 Funzioni

I parametri necessari alle funzioni del toolbox sono:

- C ($m \times n$): matrice di incidenza di $\langle N, M_0 \rangle$
- M_0 ($m \times 1$): vettore colonna della marcatura iniziale di $\langle N, M_0 \rangle$
- u ($1 \times uc$): vettore riga contenente il numero delle transizioni non controllabili di $\langle N, M_0 \rangle$
- w ($m \times 1$): vettore colonna \vec{w} della GMEC (\vec{w}, k)
- k (1×1): scalare k della GMEC (\vec{w}, k)
- W ($m \times h$): matrice con i vettori \vec{w}_i dell'insieme di h GMEC (W, K)
- K ($h \times 1$): vettore colonna con i valori k_i dell'insieme di h GMEC (W, K)

5.1 Checkgmec

Sintassi

```
checkgmec(C,M0,w,k,u)
```

Descrizione

La funzione Checkgmec verifica se la GMEC è controllabile per la rete e se la marcatura iniziale appartiene all'insieme delle marcature legali imposte dal vincolo.

5.2 Checkgmec2

Sintassi:

```
[Wc, Kc, Wu, Ku] = checkgmec2(C,M0,W,K,u)
```

Descrizione

La funzione Checkgmec2 verifica se ciascuna GMEC dell'insieme è controllabile per la rete e se la marcatura iniziale appartiene all'insieme delle marcature legali imposte da ciascun vincolo. La funzione restituisce due insiemi: (W_c, K_c) contenente le GMEC controllabili e (W_u, K_u) contenente le GMEC non controllabili.

5.3 Controllablegmec

Sintassi

```
[W, K] = controllablegmec(C,M0,w,k,u)
```

Descrizione

La funzione Controllablegmec trova tutte le GMEC minimamente restrittive che soddisfano il vincolo non controllabile dato. Se il vincolo è controllabile la funzione restituisce il vincolo stesso. Se il vincolo non è controllabile la funzione restituisce l'insieme (W, K) di GMEC controllabili che possono essere usate per imporre il vincolo non controllabile.

5.4 Gmecsbs

Sintassi

```
[W, K] = gmecsbs(C,M0,w,k,u)
```

Descrizione

Gmecsbs è una spiegazione passo passo dell'algorithmo usato per trovare le GMEC controllabili che soddisfano un vincolo non controllabile nella funzione Controllablegmecc. Gmecsbs fornisce gli stessi risultati della funzione Controllablegmecc.

5.5 Monitorplace

Sintassi

```
[Cs, Ms0] = monitorplace(C,M0,w,k,u)
```

Descrizione

La funzione Monitorplace trova il vettore riga della matrice di incidenza e la marcatura iniziale del posto monitor corrispondente alla GMEC controllabile (w,k).

5.6 Monitorplace2

Sintassi

```
[CS, MS0] = monitorplace2(C,M0,W,K,u)
```

Descrizione

La funzione Monitorplace2 trova i vettori riga della matrice di incidenza e le marcature iniziali dei posti monitor corrispondenti a ciascuna GMEC dell'insieme di vincoli controllabili (w,k).

Appendice A

Codice sorgente dell'algorithmo usato per trovare le GMEC controllabili.

```
function [W, K] = controllabilegmecc(C, M0, w, k, u)
% Help [...]
ni = nargin;
no = nargout;
error(nargchk(5,5,ni));
% check of input size
[Cm,Cn] = size(C);
[M0m,M0n] = size(M0);
[wm,wn] = size(w);
[km,kn] = size(k);
[um,un] = size(u);
```

```

if (Cm~=M0m | Cm~=wm | M0n~=1 | wn~=1 | km~=1 | kn~=1 | um~=1 | un>Cn)
    fprintf(' Error: check the size of inputs\n');
elseif (max(u)>Cn)
    fprintf(' Error: check values of u vector\n');
% verify that M0 belongs to legal markings given by (w,k)
elseif (k-w'*M0 < 0)
    fprintf(' Initial marking not belonging to R(N,M0,w,k)\n');
    fprintf(' This method can not be used\n');
else
    if (un == Cn)
        fprintf('\n All the transitions are uncontrollable!\n');
end
Cu = C(:,u);
if (isempty(find(w'*Cu > 0)))
    %the GMEC is controllable
    fprintf('\n (w,k) is controllable\n');
    if (no ~= 0)
        W = w;
        K = k;
    end
else
    % the GMEC is not controllable
    fprintf('\n (w,k) is not controllable\n\n');
    GMEC = [];
    trchecked = zeros(1,un);
    % ALGORITHM START
    nw = 1;
    wCu = [w'*Cu zeros(nw,Cm) ones(nw,1)];
    % inicial matrix
    A = [Cu eye(Cm) zeros(Cm,1); wCu];
    nw = size(A,1) - Cm;
    while (nw~=0)
        j = find(A(Cm+1,1:un)>0);
        % covering control
        if (~isempty(j) & trchecked(j(1)))
            r = find(Cu(:,j(1))<0); % vettore colonna
            rowr = size(r,1);
            for h=1:rowr
                wCu = A(r(h),:).*A(Cm+1,j(1))-A(Cm+1,:).*A(r(h),j(1));
                if (isempty(find(wCu(1:un)>0)))
                    % w1 = r1 + r2 * w
                    w1 = wCu(un+1:un+Cm)+wCu(un+Cm+1)*w';
                    % k1 = r2(k+1)-1
                    k1 = wCu(un+Cm+1)*(k+1)-1;
                    GMEC = [GMEC; w1 k1];
                else
                    A = [A; wCu];
                end
            end
        end
        nw = nw - 1;
    end
end

```

```

        end
    end
end
trchecked(j(1)) = 1;
rowA = size(A,1);
% delete analyzed row
A = [A(1:Cm,:); A(Cm+2:rowA,:)];
nw = size(A,1) - Cm;
end
[nGMEC,h] = size(GMEC);
fprintf(' %d controllable GMEC founded\n',nGMEC);
if (no == 0)
    for i=1:nGMEC
        fprintf('\n w%d = ',i);
        disp(GMEC(i,1:h-1));
        fprintf(' k%d = ',i);
        disp(GMEC(i,h));
    end
else
    W = GMEC(:,1:h-1);
    K = GMEC(:,h);
end
end
end
end

```

Riferimenti bibliografici

- [1] Francesco Basile, Pasquale Chiacchio, Alessandro Giua, “Suboptimal Supervisory Control of Petri Nets in presence of Uncontrollable Transitions via Monitor Places”