

Automati e reti di Petri — Esercitazione 1

11 marzo 2014

Esercizio 1. Costruire gli automi finiti deterministici sull'alfabeto $E = \{a, b\}$ che accettano i linguaggi dati.

- Insieme delle parole che contengono la sottostringa ab .
- Insieme delle parole che iniziano e terminano per b .
- Insieme delle parole in cui la prima lettera è diversa dalla terza.
- Insieme delle parole in cui $|w|_a = |w|_b + 2$, ossia in cui il numero di a è pari al numero di b più due.

Si desidera che tutti questi automi siano rifiniti.

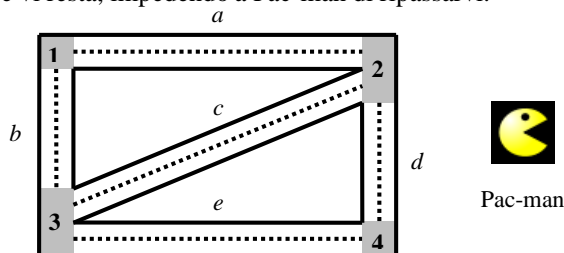
Esercizio 2. Si consideri l'automata finito deterministico G sull'alfabeto $E = \{0, 1\}$ con stato iniziale x_0 , insieme di stati finali $X_m = \{x_2, x_3\}$ e la cui funzione di transizione vale

δ	0	1
x_0	x_3	x_1
x_1	x_1	x_4
x_2	x_1	—
x_3	—	—
x_4	—	x_4

- Si dia una rappresentazione grafica di G .
- Si determini se i singoli stati di G sono: raggiungibili, co-raggiungibili, bloccanti, morti.
- Si determini se G è: raggiungibile, co-raggiungibile, bloccante, rifinito, reversibile.
- Si verifichino le proprietà di blocco e reversibilità mediante l'analisi delle componenti fortemente connesse di G .
- In base alle proprietà determinate al punto precedente, si discuta se la relazione $\overline{L_m(G)} = L(G)$ sia vera. In caso contrario si determini una parola che appartiene ad uno dei due linguaggi ma non all'altro.
- Si determini l'automata G' ottenuto rifinendo G .

Esercizio 3. In un antico videogioco (apparso nel 1980) il personaggio Pac-man si muove lungo i corridoi di un labirinto mangiando i puntini che trova lungo il suo percorso. Nel labirinto possono essere presenti fantasmi che non devono essere toccati pena la morte.

Si consideri il labirinto in figura composto da quattro intersezioni (1, 2, 3, 4) e cinque corridoi (a, b, c, d, e). Inizialmente non sono presenti fantasmi nel labirinto e Pac-man si trova nell'intersezione 1. Ogni qual volta egli ripulisce un corridoio, un fantasma appare nel corridoio e vi resta, impedendo a Pac-man di ripassarvi.



- Si descriva tale gioco come un sistema ad eventi discreti modellato da un automa finito deterministico (senza stati finali). Si suggerisce di indicare lo stato con una coppia (x, Y) dove $x \in \{1, 2, 3, 4\}$ indica l'intersezione in cui si trova il personaggio e $Y \subseteq \{a, b, c, d, e\}$ indica l'insieme dei corridoi ripuliti da puntini e dunque contenenti un fantasma. Si scelga come alfabeto $E = \{a, b, c, d, e\}$, dove ogni evento corrisponde al passaggio in un corridoio.
- Si discuta, dall'analisi dell'automata, se Pac-man sia in grado di mangiare tutti i puntini del labirinto.
- Si confronti la soluzione teorica proposta da Eulero al celebre *Problema dei ponti di Königsberg* (vedi voce omonima su Wikipedia) che è analogo al problema di Pac-man sopra descritto. Si verifichi, sulla base di tale risultato, che è possibile per Pac-man mangiare tutti i puntini partendo da una diversa intersezione del labirinto in figura: qual è tale intersezione e perché?