

Automi e reti di Petri

I Prova Scritta — 15 Novembre 2011

Esercizio 1. (5 punti) Si determini una macchina di Mealy che accetta in ingresso stringhe di 0 e 1 e produce un uscita Y quando riconosce come ultimi 4 simboli in ingresso

(Testo A) 1011 (Testo B) 0110,

mentre produce in uscita N in tutti gli altri casi. Si dia di tale automa una descrizione sia grafica che algebrica.

NB: la macchina continua indefinitamente a leggere la stringa in ingresso senza venir reinizializzata dopo aver riconosciuto la sequenza. Dunque l'ingresso

(Testo A) 1011011... (Testo B) 0110110...

deve produrre in uscita NNNYNNY... poiché la sequenza cercata viene riconosciuta due volte.

Esercizio 2. (6 punti)

Dato un linguaggio $L \subseteq E^*$ e una parola $w \in \bar{L}$, definiamo *linguaggio residuo* $w^{-1}L = \{u \in E^* \mid wu \in L\}$.

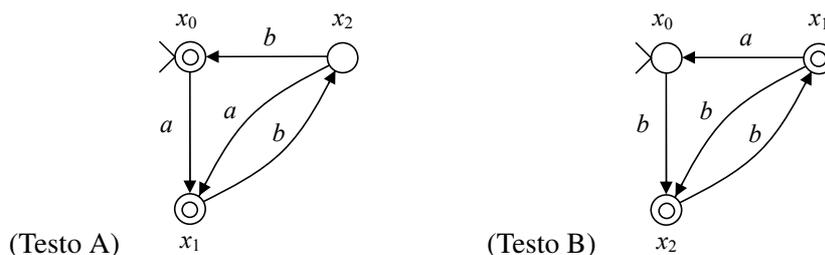
Esempio: se $L = \{aabb, ac, bacc\}$ e $w = a$ vale $a^{-1}L = \{abb, c\}$.

(a) (4 punti) Si dimostri che la classe dei linguaggi regolari è chiusa per residuazione, ossia:

$$L \in \mathcal{L}_{AFD} \implies (\forall w \in \bar{L}) w^{-1}L \in \mathcal{L}_{AFD}$$

dando una procedura che, a partire dall'AFD G che accetta L e dalla parola w , determini un nuovo AFD G' che accetta $w^{-1}L$.

(b) (2 punti) Si applichi tale procedura all'automa in figura, scegliendo una qualunque parola w di lunghezza 2.



Esercizio 3. (6 punti) Si consideri l'automa finito deterministico G sull'alfabeto $E = \{a, b, c\}$ con stato iniziale x_0 , insieme di stati finali

(Testo A) $X_m = \{x_2, x_4\}$ (Testo B) $X_m = \{x_0, x_1, x_3\}$

e la cui funzione di transizione vale

(Testo A)

δ	a	b	c
x_0	x_1	x_4	x_3
x_1	x_1	x_2	x_3
x_2	x_3	x_4	x_4
x_3	x_1	x_2	x_3
x_4	x_1	x_4	x_4

(Testo B)

δ	a	b	c
x_0	x_3	x_2	x_1
x_1	x_1	x_4	x_0
x_2	x_1	x_4	x_4
x_3	x_1	x_2	x_3
x_4	x_1	x_4	x_4

- (a) (1 punto) Si determini la rappresentazione grafica di tale automa.
- (b) (3 punti) Si determini la relazione di indistinguibilità fra gli stati di tale automa e le sue classi di equivalenza.
- (c) (2 punti) Si discuta se tale automa sia minimo e, in caso contrario, si determini un automa minimo G' ad esso equivalente.

Esercizio 4. (5 punti) Si determini un AFD che accetta il linguaggio sull'alfabeto $E = \{a, b, c\}$ descritto dalla espressione regolare:

(Testo A) $\alpha = b(a + bc^*)c$ (Testo B) $\alpha = (a + b)(a + b^*)b$.

NB: Se si preferisce, è possibile risolvere l'esercizio per via intuitiva, senza usare gli approcci formali visti a lezione.

Esercizio 5. (8 punti) Due macchine, una che lavora a caldo e una che lavora a freddo, vengono sempre azionate in parallelo e sono inizialmente cariche.

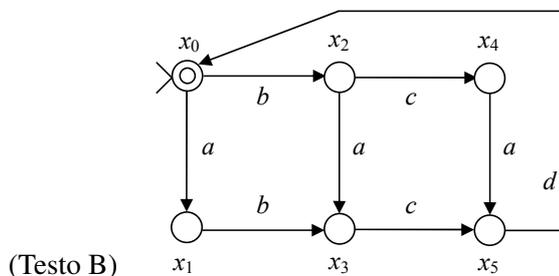
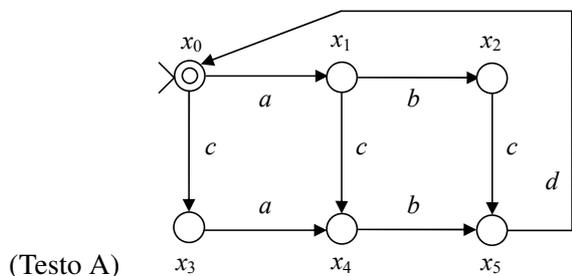
- (Testo A) La macchina che lavora a caldo esegue due operazioni: prima il riscaldamento (evento a) e poi la lavorazione (evento b). La macchina che lavora a freddo esegue la sola operazione di lavorazione (evento c).
- (Testo B) La macchina che lavora a freddo esegue la sola operazione di lavorazione (evento a). La macchina che lavora a caldo esegue due operazioni: prima il riscaldamento (evento b) e poi la lavorazione (evento c).

Quando entrambe le macchine hanno terminato le rispettive lavorazioni, esse vengono contemporaneamente scaricate e ricaricate (evento d).

Gli eventi controllabili sono

(Testo A) $E_c = \{a, c\}$ (Testo B) $E_c = \{a, b\}$.

Il comportamento del sistema può essere descritto dall'AFD in figura.



- (a) (3 punti) In una prima modalità operativa si desidera imporre il seguente comportamento: la macchina che lavora a caldo non deve mai terminare per prima la lavorazione. Si descriva ciò mediante una specifica statica e si determini un supervisore massimamente permissivo in grado di imporre tale specifica.
- (b) (3 punti) In una seconda modalità operativa si desidera che il singolo operatore azioni manualmente le macchine. L'operatore può azionare per prima la macchina che preferisce, ma tra le due operazioni della macchina che lavora a caldo esso non può spostarsi. Ciò significa che in un ciclo lavorativo:
 - (Testo A) se a precede c , allora anche b deve precedere c ;
 - (Testo B) se b precede a , allora anche c deve precedere a .

Si descriva tale comportamento desiderato mediante una specifica dinamica e si determini tale specifica sia controllabile o meno.

- (c) (2 punti) Si determini un supervisore in grado di imporre la specifica dinamica descritta al punto precedente. Si determini anche il sistema a ciclo chiuso, indicando se il supervisore sia bloccante.