Automi e reti di Petri — Esercitazione 1

14 Ottobre 2010

Esercizio 1. Costruire, se esistono, gli automi finiti deterministici sull'alfabeto $E = \{a, b, c\}$ che accettano i linguaggi dati.

(a) Insieme delle parole che contengono la sottostringa abc.

(b) Insieme delle parole che contengono la sottostringa ab al massimo due volte.

(c) Insieme delle parole in cui ogni stringa bb precede immediatamente un numero di a dispari.

(d) Insieme delle parole che hanno almeno tre c consecutive.

Si desidera che tutti questi automi siano completi. Se un automa non esiste, si spieghi perché.

Esercizio 2. Si consideri l'automa finito deterministico G sull'alfabeto $E = \{a, b, c\}$ con stato iniziale x_0, insieme di stati finali $X_m = \{x_2, x_3\}$ e la cui funzione di transizione vale

δ	a	b	c
x_0	x_1	x_3	$-$
x_1	$-$	x_2	x_0
x_2	x_4	$-$	x_0
x_3	$-$	$-$	$-$
x_4	x_4	x_4	$-$

(a) Si dia una rappresentazione grafica di G.

(b) Si determini se i singoli stati di G sono: raggiungibili, co-raggiungibili, bloccanti, morti.

(c) Si determini se G è: raggiungibile, co-raggiungibile, bloccante, rifinito, reversibile.

(d) Si discuta se la relazione $\overline{L_m(G)} = L_m(G)$ sia vera. In caso contrario si determini una parola che appartiene ad uno dei due linguaggi ma non all'altro.

(e) Si determini l'automa G' ottenuto rifinendo G. Tale automa è reversibile?

(f) Si discuta se G sia completo e, qualora non lo fosse, si costruisca l'automa completo G''.

Esercizio 3. Un produzione di lunghezza k su un automa passa per $k + 1$ stati incluso quello iniziale e finale. Dunque se un automa ha n stati ogni produzione di lunghezza n deve contenere un ciclo, ovvero deve ripassare per lo stesso stato. Tale ciclo può venire eseguito zero o più volte. Questo motiva il seguente risultato.

> **Lemma del pompaggio** Se L è un linguaggio accettata da un AFD allora esiste un intero n tale che ogni parola $w \in L$ di lunghezza maggiore o uguale a n può essere scomposta nella forma $w = xyz$ dove
>
> - $|xy| \leq n$: la lunghezza totale delle prime due sottostringhe è minore o uguale a n;
> - $|y| \geq 1$: la seconda sottostringa non è la parola vuota;
> - $(\forall i \geq 0)\ w_i = xy^iz \in L$: pompando zero o più volte su y si ottiene sempre una parola di L.

(a) Dato l'alfabeto $E = \{(,)\}$ si scriva in notazione insiemistica il linguaggio $L \subset E^*$ che contiene l'insieme di tutte le stringhe di parentesi ben formate. P.e., $w = (()())$ è ben formata mentre $w' = ())(()$ non lo è. Tale linguaggio è detto *linguaggio di Dyck ad un lato*.

(b) Si dimostri usando il lemma del pompaggio che L non appartiene alla classe $\mathcal{L}_{AFD}$ dei linguaggi accettati da automi finiti deterministici.