

# Automati e reti di Petri — Esercitazione 1

10 Ottobre 2008

**Esercizio 1.** Costruire gli automi finiti deterministici sull'alfabeto  $E = \{a, b\}$  che accettano i linguaggi dati.

- (a) Insieme delle parole che contengono tre  $b$  consecutive.
- (b) Insieme delle parole che iniziano e terminano per  $a$ .
- (c) Insieme delle parole in cui la seconda lettera è diversa dalla quarta.
- (d) Insieme delle parole la cui lunghezza è una potenza di 2.
- (e) Insieme delle parole che contengono un numero pari di  $a$  e hanno lunghezza dispari.

Si desidera che tutti questi automi siano rifiniti.

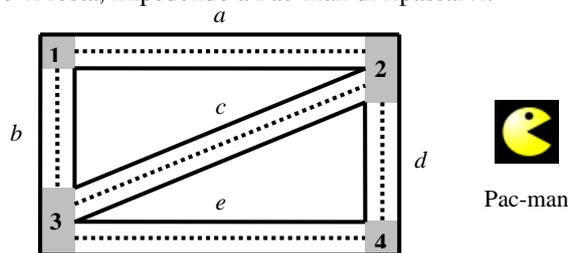
**Esercizio 2.** Si consideri l'automa finito deterministico  $G$  sull'alfabeto  $E = \{a, b\}$  con stato iniziale  $x_0$ , insieme di stati finali  $X_m = \{x_1, x_2\}$  e la cui funzione di transizione vale

$\delta$	$a$	$b$
$x_0$	—	$x_1$
$x_1$	$x_3$	$x_2$
$x_2$	$x_0$	—
$x_3$	—	$x_3$

- (a) Si dia una rappresentazione grafica di  $G$ .
- (b) Si determini se i singoli stati di  $G$  sono: raggiungibili, co-raggiungibili, bloccanti, morti.
- (c) Si determini se  $G$  è: raggiungibile, co-raggiungibile, bloccante, rifinito, reversibile.
- (d) In base alle proprietà determinate al punto precedente, si discuta se la relazione  $\overline{L_m(G)} = L(G)$  sia vera. In caso contrario si determini una parola che appartiene ad uno dei due linguaggi ma non all'altro.
- (e) Si determini l'automa  $G'$  ottenuto rifinendo  $G$ .
- (f) Si discuta se  $G'$  sia completo e, in caso contrario, lo si completi.

**Esercizio 3.** In un antico videogioco (apparso nel 1980) il personaggio Pac-man si muove lungo i corridoi di un labirinto mangiando i puntini che trova lungo il suo percorso. Nel labirinto possono essere presenti fantasmi che non devono essere toccati pena la morte.

Si consideri il labirinto in figura composto da quattro intersezioni (1, 2, 3, 4) e cinque corridoi ( $a, b, c, d, e$ ). Inizialmente non sono presenti fantasmi nel labirinto e Pac-man si trova nell'intersezione 1. Ogni qual volta egli ripulisce un corridoio, un fantasma appare nel corridoio e vi resta, impedendo a Pac-man di ripassarvi.



- (a) Si descriva tale gioco come un sistema ad eventi discreti modellato da un automa finito deterministico (senza stati finali). Si suggerisce di indicare lo stato con una coppia  $(x, Y)$  dove  $x \in \{1, 2, 3, 4\}$  indica l'intersezione in cui si trova il personaggio e  $Y \subseteq \{a, b, c, d, e\}$  indica l'insieme dei corridoi ripuliti da puntini e dunque contenenti un fantasma. Si scelga come alfabeto  $E = \{a, b, c, d, e\}$ , dove ogni evento corrisponde al passaggio in un corridoio.
- (b) Si discuta, dall'analisi dell'automa, se Pac-man sia in grado di mangiare tutti i puntini del labirinto.
- (c) Si confronti la soluzione teorica proposta da Eulero al celebre *Problema dei ponti di Königsberg* (vedi voce omonima su Wikipedia) che è analogo al problema di Pac-man sopra descritto. Si verifichi, sulla base di tale risultato, che è possibile per Pac-man mangiare tutti i puntini partendo da una diversa intersezione del labirinto in figura: qual è tale intersezione e perché?