Automi e reti di Petri — Esercitazione 1

9 Ottobre 2007

Esercizio 1. Costruire gli automi finiti deterministici sull'alfabeto $E = \{a, b, c\}$ che accettano i linguaggi dati.

(a) Insieme delle parole in cui il secondo simbolo vale a.

(b) Insieme delle parole che non contengono c e in cui la stessa lettera non compare consecutivamente due volte (ma può comparire consecutivamente tre o più volte).

(c) Insieme delle parole che non contengono c e contengono un numero di a pari al doppio del numero di b.

(d) Insieme delle parole tali che:

- la proiezione sull'alfabeto $E_1 = \{a, b\}$ è una stringa in cui a e b si alternano consecutivamente (es: $abab \cdots$)
- la proiezione sull'alfabeto $E_2 = \{b, c\}$ è una stringa in cui ogni b si alterna con cc (es: $bccbcc \cdots$).

Si desidera che tutti questi automi siano rifiniti.

Esercizio 2. Si consideri l'automa finito deterministico G sull'alfabeto $E = \{a, b\}$ con stato iniziale x_0, insieme di stati finali $X_m = \{x_1\}$ e la cui funzione di transizione vale

δ	a	b
x_0	x_1	$-$
x_1	x_2	x_0
x_2	$-$	$-$
x_3	$-$	x_0

(a) Si dia una rappresentazione grafica di G.

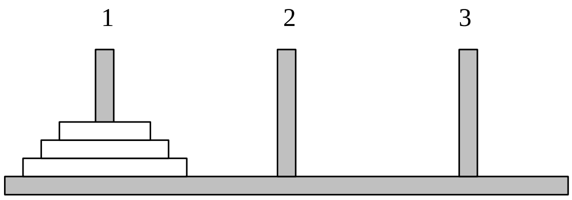
(b) Si determini se i singoli stati di G sono: raggiungibili, co-raggiungibili, bloccanti, morti.

(c) Si determini se G è: raggiungibile, co-raggiungibile, bloccante, rifinito, reversibile. Se G è bloccante lo si rifinisca determinando un nuovo automa G'.

(d) Si determini il linguaggio $L(G)$ generato da tale automa e il linguaggio $L_m(G)$ accettato da tale automa.

(e) Si discuta se sia possibile definire la funzione di transizione $\delta(x_2, a)$ affinché l'automa G sia rifinito e non reversibile.

Esercizio 3. Il *gioco della torre di Hanoi* è costituito da tre aste, nella prima delle quali sono infilati n dischi tutti di misura diversa a formare una torre. I dischi sono disposti in ordine di grandezza crescente, partendo dal disco più grande in basso al disco più piccolo in alto.
Le regole del gioco sono due: (1) si può spostare solo il disco situato sulla sommità di una torre; (2) un disco più grande non può essere posato sopra un disco più piccolo. Lo scopo è quello di spostare tutti i dischi sulla terza asta in modo che risultino ancora disposti nello stesso ordine.



La Torre di Hanoi con $n = 3$ dischi.

(a) Si descriva tale gioco come un sistema ad eventi discreti, indicando quali sono gli stati e gli eventi. Come varia la cardinalità dello spazio di stato in funzione del numero di dischi n?

(b) Posto $n = 3$ si rappresenti tale gioco mediante un automa finito deterministico.

(c) Si determini il numero minimo di mosse necessarie per passare dalla configurazione iniziale (in cui tutti i dischi sono sull'asta 1) alla configurazione finale (in cui tutti i dischi sono sull'asta 3).

(d) Si determini se sia possibile passare dalla configurazione iniziale a quella finale senza passare per una configurazione in cui i dischi più piccoli sono entrambi sull'asta 2.