

# Automati e reti di Petri

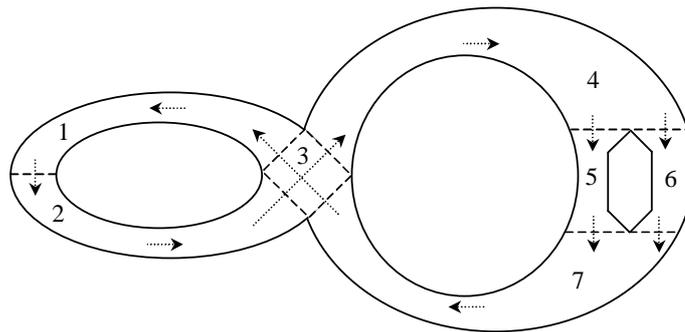
II pre-esame - A.A. 2003–04

20 Dicembre 2003

**Esercizio 1 (4 punti).** Si dia la definizione di *grafo d'eventi* e si ricordino le principali proprietà che facilitano lo studio di tale classe di reti posto/transizione.

Può esistere una rete appartenente a questa classe che sia viva, reversibile ma non limitata? Se sì, se ne dia un esempio, altrimenti si dimostri che tale rete non può esistere.

**Esercizio 2 (3 punti).** Il disegno mostra una rete di canali che costituisce una delle attrazioni di un parco giochi.

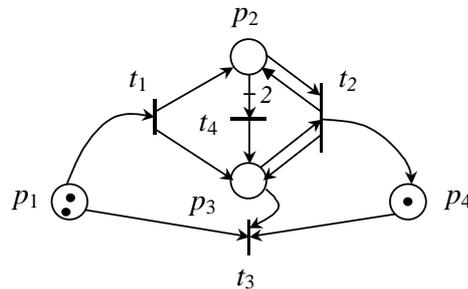


Inizialmente vi è una sola gondola nel tratto 1. La gondola può attraversare i canali solo nel verso indicato dalle frecce.

Il tratto 3 può essere attraversato in due direzioni  $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$  oppure  $7 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ . Dal tratto 4 per giungere al tratto 7 il gondoliere può scegliere di passare attraverso il canale 5 o il canale 6.

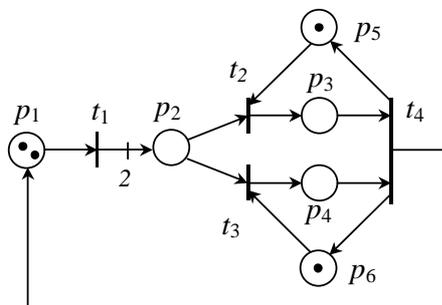
- Modellare questo sistema con una rete posto/transizione. Cosa rappresentano i posti e le transizioni?
- Si supponga di voler imporre che il gondoliere passi alternativamente una volta attraverso il canale 5 e una volta attraverso il canale 6. Si modifichi la rete precedente per descrivere questo nuovo sistema.
- Si supponga che vi siano due gondole nella rete di canali ma che al massimo una gondola possa essere presente nel tratto 3. Si modifichi la rete del caso (a) per descrivere questo nuovo sistema.

**Esercizio 3 (4 punti).** Si consideri la rete marcata in figura.



- (a) Costruire il grafo di raggiungibilità/copertura e verificare di quali proprietà comportamentali gode (posti: limitati o sani; transizioni: vive o quasi-vive; sequenze di scatto: ripetitive o stazionarie; rete: limitata, sana, conservativa, reversibile, viva, bloccante).
- (b) Si verifichi che la marcatura  $M = [0 \ 1 \ 0 \ 2]^T$  è raggiungibile a partire dalla marcatura iniziale in figura determinando una sequenza di scatto che porti ad essa.
- (c) Si determini una rete marcata con lo stesso grafo di copertura della rete in figura ma nella quale la marcatura  $M$  data al punto precedente non sia raggiungibile.

**Esercizio 4 (4+1 punti).** Si consideri la rete marcata in figura.



- (a) Si determinino i  $P$ -invarianti e i  $T$ -invarianti minimali di tale rete e si verifichi di quali proprietà strutturali essa goda.
- (b) Detta  $X$  la matrice che ha per colonne i  $P$ -invarianti, si caratterizzi l'insieme delle marcature invariantemente raggiungibili  $I_X(N, M_0)$  mediante le equazioni lineari che tali marcature devono soddisfare.
- (c) Si consideri la matrice  $X'$  ottenuta da  $X$  rimuovendo l'ultima colonna. Che relazione c'è tra l'insieme di raggiungibilità  $R(N, M_0)$ , l'insieme  $I_X(N, M_0)$  e l'insieme  $I_{X'}(N, M_0)$ ?
- (d) (*BONUS 1 punto*) Si dimostri in base alla caratterizzazione determinata al punto (b) che la rete non è bloccante senza costruire il suo grafo di raggiungibilità.

*Suggerimento: se la rete fosse bloccante dovrebbe esistere una marcatura raggiungibile  $M$  in cui tutte le transizioni sono morte. Dunque:  $M(p_1) = 0$  (affinché  $t_1$  sia morta),  $M(p_2) = 0$  oppure  $M(p_6) = 0$  (affinché  $t_3$  sia morta), ecc.*