ANALISI DEI SISTEMI II Pre-esame 2011

Soluzione del Testo A

```
**** ESERCIZIO 1 ****

num =   200   400
den =     2    28    80

(a) parametri forma di Bode

Guadagno: K = 5,  K_db = 14 db, phi = 0 deg
Zero reale: z =  -2, tau = 0.5,
    1/|tau| =  2,  phi = da 0 a +90 deg
Polo reale: p_1 =  -4, tau_1 = 0.25,
    1/|tau_1| =  4,  phi_1 = da 0 a -90 deg
Polo reale: p_2 = -10, tau_2 = 0.1,
    1/|tau_2| = 10,  phi_2 = da 0 a -90 deg

*** Banda passante a -20 db
    Pulsazione: omega_20 = 200.727 rad/s,
    Banda:      B_20 = 31.947 Hz

(b) vedi diagramma

(c) num =   400   400

Con questo numeratore lo zero diventa
 z' = -1 con punto rottura 1/|tau'| =  1.
Gli altri parametri non cambiano.

La banda passante aumenta spostando il
punto di rottura dello zero a sinistra
perché il modulo aumenta per pulsazioni a
destra del punto di rottura 1/|tau'|.


**** ESERCIZIO 2 ****

Y(s) = 2/s^3 - 2/s^2 + 10/(s+1)
     = (10*s^3 - 2*s^2 + 2) / (s^3*(s+1))
U(s) = 2/s

W(s) = Y(s)/U(s) =
     = (5*s^3 - s^2 + 1) / (s^2*(s+1))

da cui si ricava il modello IU

**** ESERCIZIO 3 ****

A = -1     2
     0    -3
B =  0
     1
C =  2     1
D =  1

(a) Matrice risolvente inv(s*I-A)
ris = [ 1/(s+1),     2/(s+1)/(s+3)]
      [       0,           1/(s+3)]

(b) Evoluzione forzata

U = 3/s

X_f = [ 6/{s*(s+1)*(s+3)} ]
      [ 3/{s*(s+3)}       ]
x_f = [ -3*exp(-t) + exp(-3*t) + 2  ]
      [     1-exp(-3*t)             ]

y_f = -6*exp(-t)+exp(-3*t)+8

(c) Funzione di trasferimento
W = C*inv(s*I-A)*B + D
  = (s^2 + 5*s + 8)/(s^2 + 4*s + 3)

(d) W è propria (ma non strettamente) e ha
poli a parte reale < 0

(i) La risposta indiciale w_{-1}(t) deve
essere una combinazione lineare dei modi
del sistema più un termine costante

(ii) w_{-1}(0+) = K' = b_n/a_n = 1/1 = 1

(iii) w_{-1}(+∞) = K = b_0/a_0 = 8/3

La y_f precedentemente determinata è la
risposta ad un gradino di ampiezza 3 dunque
e vale come atteso
 y_f(t)  = 3*w_{-1}(t)
 y_f(0+) = 3*w_{-1}(0+) = 3*1 = 3
 y_f(+∞) = 3*w_{-1}(+∞) = 3*8/3 = 8


**** ESERCIZIO 4 ****

P =  [14  7  2  α]

Tabella di Routh:

     3  |     14      2
     2  |      7      α
     1  |   2*(1-α)
     0  |     α

Casi particolari:
- α = 0 : P(s)=(14*s^2 + 7*s + 2)*s

- α = 1 : P(s)=(7*s^2 + 1)*R(s)
          dove R(s) ha radice < 0
```

α	N_p	N_v	n-	n0	n+	
(-∞,0)	2	1	2	0	1	Instabile
0	-	-	2	1	0	Stabile
(0,1)	3	0	3	0	0	As. stabile
1	-	-	1	2	0	Stabile
(1,+∞)	1	2	1	0	2	Instabile

Soluzione del Testo B

**** ESERCIZIO 1 ****

```
num =   20   120
den =    1    23    60
```

(a) parametri forma di Bode

```
Guadagno: K = 2,  K_db = 6 db, phi = 0 deg
Zero reale: z =  -6, tau = 0.167,
    1/|tau| =  6,  phi = da 0 a +90 deg
Polo reale: p_1 =  -3, tau_1 = 0.33,
    1/|tau_1| =  3,  phi_1 = da 0 a -90 deg
Polo reale: p_2 = -20, tau_2 = 0.05,
    1/|tau_2| = 20,  phi_2 = da 0 a -90 deg

*** Banda passante a -20 db
    Pulsazione: omega_20 = 99.540 rad/s,
    Banda:      B_20 = 15.842 Hz
```

(b) vedi diagramma

```
(c) num =   12   120
```

Con questo numeratore lo zero diventa
z' = -10 con punto rottura 1/|tau'| = 10.
Gli altri parametri non cambiano.

La banda passante diminuisce spostando il punto di rottura dello zero a destra perché il modulo diminuisce per pulsazioni a destra del punto di rottura 1/|tau|.

**** ESERCIZIO 2 ****

```
Y(s) = 2/(s+2)^2 - 6/(s+4)
     = -(6*s^2 + 22*s + 16)/{(s+4)*(s+2)^2}
U(s) = 2/(s+2)

W(s) = Y(s)/U(s) =
     = -(3*s^2 + 11*s + 8)/(s^2 + 6*s + 8)
```

da cui si ricava il modello IU

**** ESERCIZIO 3 ****

```
A = -1     0
     4    -2
B =  1
     0
C =  1     2
D =  1
```

(a) Matrice risolvente inv(s*I-A)

```
ris = [       1/(s+1),             0]
      [ 4/(s+1)/(s+2),       1/(s+2)]
```

(b) Evoluzione forzata

```
U = 3/s

X_f = [    3/{s*(s+1)}     ]
      [ 12/{s*(s+1)*(s+2)} ]
x_f = [         3 - 3*exp(-t)          ]
      [  6*exp(-2*t) - 12*exp(-t) + 6  ]
y_f = -27*exp(-t) + 12*exp(-2*t) + 18
```

(c) Funzione di trasferimento

```
W = C*inv(s*I-A)*B + D
  = (s^2 + 4*s + 12) / (s^2 + 3*s + 2)
```

(d) W è propria (ma non strettamente) e ha poli a parte reale < 0

(i) La risposta indiciale w_{-1}(t) deve essere una combinazione lineare dei modi del sistema più un termine costante

(ii) w_{-1}(0+) = K’ = b_n/a_n = 1/1 = 1

(iii) w_{-1}(+∞) = K = b_0/a_0 = 12/2 = 6

La y_f precedentemente determinata è la risposta ad un gradino di ampiezza 3 e dunque vale come atteso

```
y_f(t)   = 3*w_{-1}(t)
y_f(0+)  = 3*w_{-1}(0+) = 3*1 = 3
y_f(+∞)  = 3*w_{-1}(+∞) = 3*6 = 18
```

**** ESERCIZIO 4 ****

P = [α 7 2 7]

Tabella di Routh:

```
3  |    α      2
2  |    7      7
1  |   2-α
0  |    7
```

Casi particolari:
- α = 0 : P(s)=(7*s^2 + 2*s + 7)
  NB: diventa un sistema di ordine 2!

- α = 2 : P(s)=(7*s^2 + 7)*R(s)
  dove R(s) ha radice < 0

α	N_p	N_v	n-	n0	n+	
(-∞,0)	2	1	2	0	1	Instabile
0	-	-	2	0	0	As. stabile
(0,2)	3	0	3	0	0	As. stabile
2	-	-	1	2	0	Stabile
(2,+∞)	1	2	1	0	2	Instabile

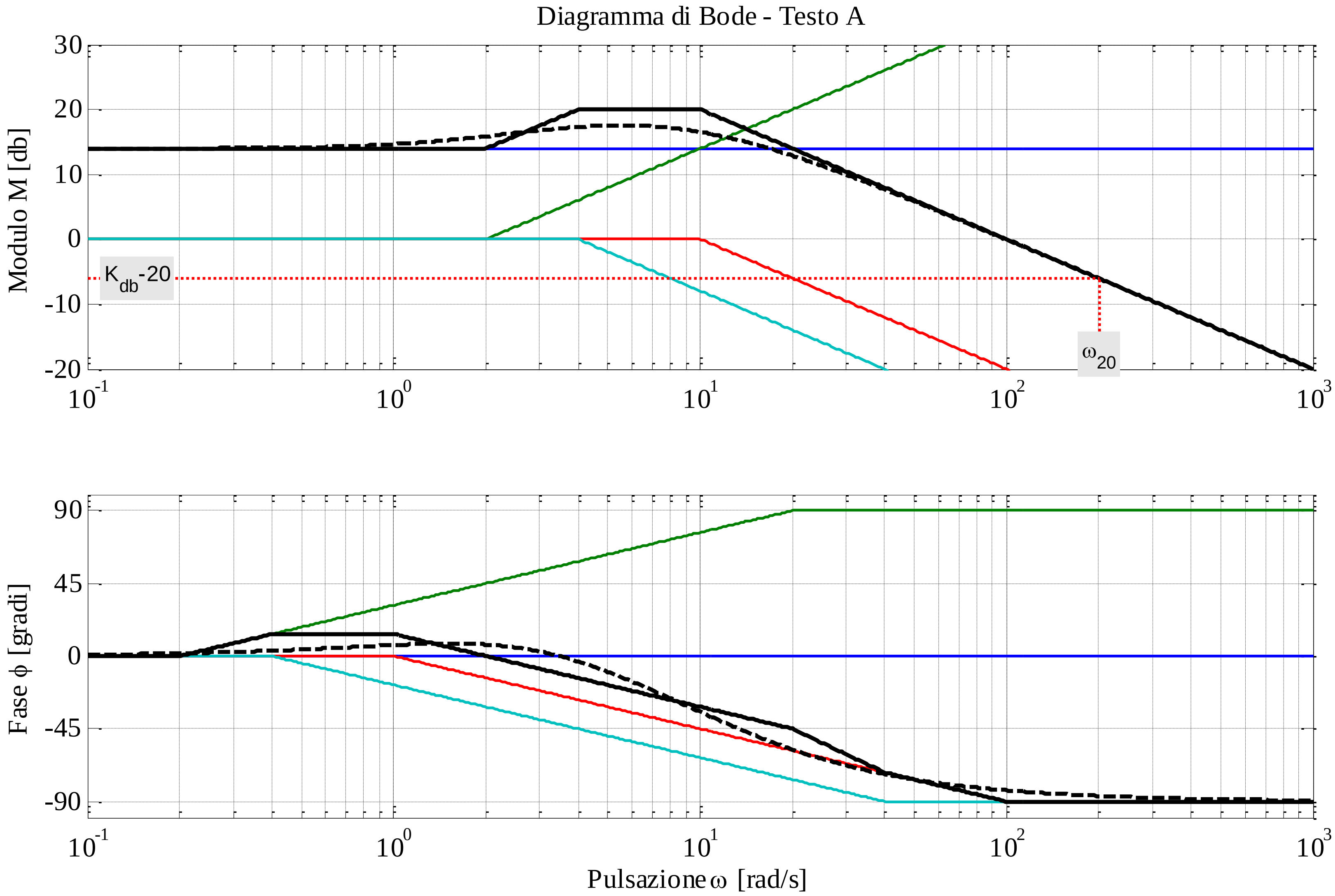

Diagramma di Bode - Testo A
Modulo M [db]
30
20
10
0
-10
-20
K_db-20
ω_20
10^-1
10^0
10^1
10^2
10^3
Fase ϕ [gradi]
90
45
0
-45
-90
10^-1
10^0
10^1
10^2
10^3
Pulsazione ω [rad/s]

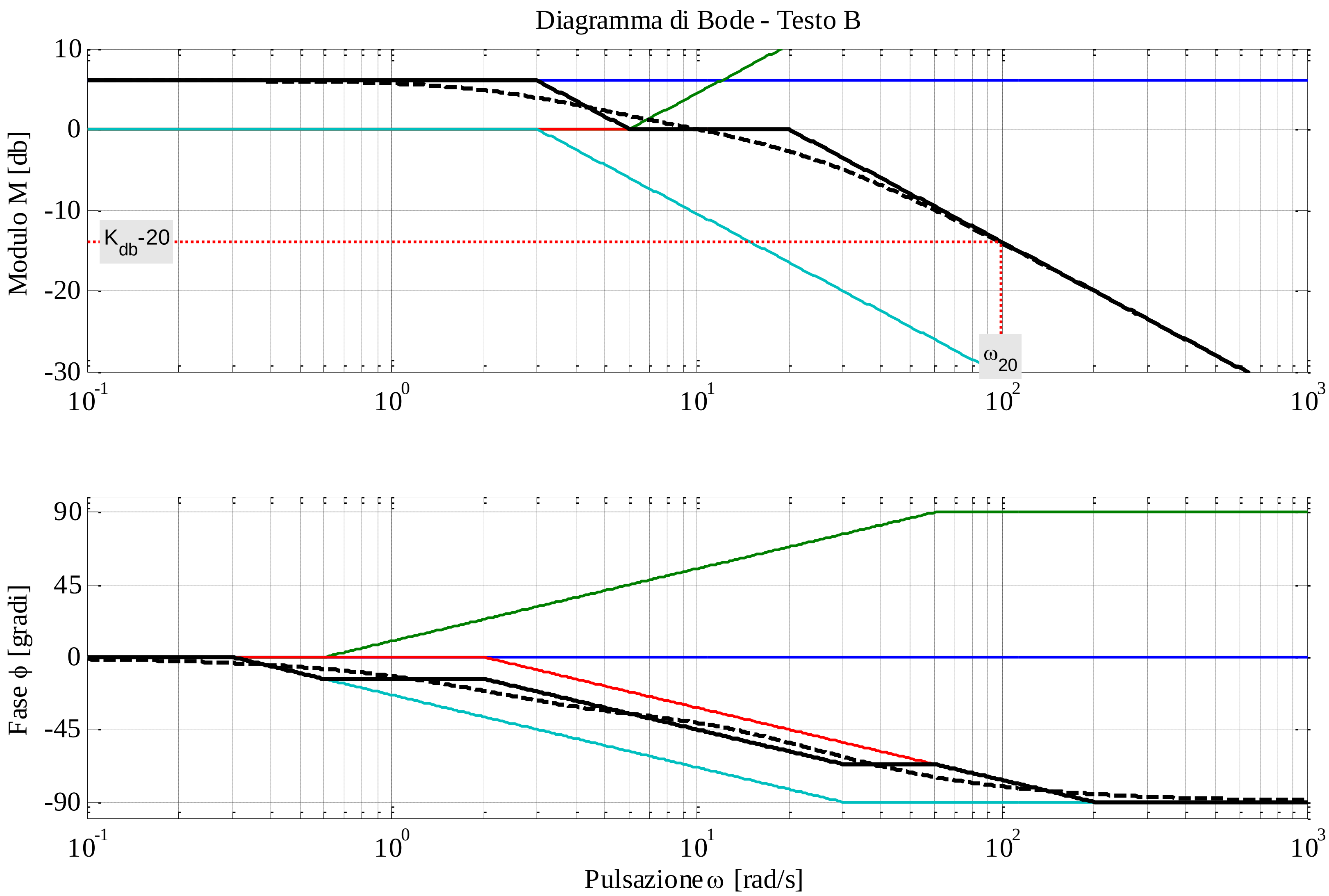
Diagramma di Bode - Testo B
Modulo M [db]
10
0
-10
-20
-30
K_db-20
ω_20
10^-1
10^0
10^1
10^2
10^3
Fase φ [gradi]
90
45
0
-45
-90
Pulsazione ω [rad/s]