Analisi dei Sistemi

Seconda Prova Scritta - 23 Dicembre 2011

Esercizio 1. (10 punti) È data la seguente funzione di trasferimento:

$$\text{(Testo A)} \quad W(s) = \frac{200s + 400}{2s^2 + 28s + 80}, \qquad \text{(Testo B)} \quad W(s) = \frac{20s + 120}{s^2 + 23s + 60}.$$

(a) (1 punti) Si riporti tale funzione in forma di Bode, indicando tutti i parametri che la caratterizzano.

(b) (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode di tale funzione.

(c) (3 punti) Si valuti la banda passante a $-20dB$ sul diagramma di Bode precedentemente tracciato. Si discuta come si modificherebbe tale valore se il polinomio al numeratore della funzione di trasferimento data venisse cambiato in

$$\text{(Testo A)} \quad N(s) = 400s + 400 \qquad \text{(Testo B)} \quad N(s) = 12s + 120.$$

Esercizio 2. (4 punti) Sapendo che un sistema lineare e stazionario in condizioni di riposo, risponde con un segnale pari a

$$\text{(Testo A)} \quad y(t) = (t^2 - 2t + 10e^{-t})\delta_{-1}(t), \qquad \text{(Testo B)} \quad y(t) = (2te^{-2t} - 6e^{-4t})\delta_{-1}(t),$$

ad un segnale in ingresso pari a

$$\text{(Testo A)} \quad u(t) = 2\delta_{-1}(t), \qquad \text{(Testo B)} \quad u(t) = 2e^{-2t}\delta_{-1}(t),$$

si determini il modello IU del sistema nel dominio del tempo.

Esercizio 3. (10 punti) È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

dove

$$\text{(Testo A)} \qquad A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = [1],$$

$$\text{(Testo B)} \qquad A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad D = [1].$$

(a) (3 punti) Si determini la matrice risolvente di tale sistema.

(b) (2 punti) Si determini l'evoluzione forzata dello stato $x_f(t)$ e dell'uscita $y_f(t)$ conseguente all'ingresso $u(t) = 3\delta_{-1}(t)$.

(c) (2 punti) Si determini la funzione di trasferimento di tale sistema.

(d) (3 punti) Si discuta, sulla base dei risultati generali visti a lezione, che forma assume la risposta indiciale di tale sistema e che valori assume in $t = 0^+$ e $t \to +\infty$. Si discuta se tale valore è consistente con il valore dell'evoluzione forzata dell'uscita determinato al punto (b).

(NB: non si richiede di calcolare la risposta indiciale ma solo determinare la sua struttura e i valori iniziali e finali.)

Esercizio 4. (6 punti) Il polinomio caratteristico della matrice di stato A di un modello lineare in variabili di stato vale

(Testo A) $P(s) = 14s^3 + 7s^2 + 2s + \alpha,$ (Testo B) $P(s) = \alpha s^3 + 7s^2 + 2s + 7,$

dove α è un parametro incognito costante. Si valuti, mediante il criterio di Routh, la stabilità secondo Lyapunov di tale sistema a seconda dei valori assunti dal parametro α. Si richiede di indicare: (i) il numero di poli a parte reale positiva, nulla e negativa; (ii) se il sistema sia asintoticamente stabile, stabile o instabile.