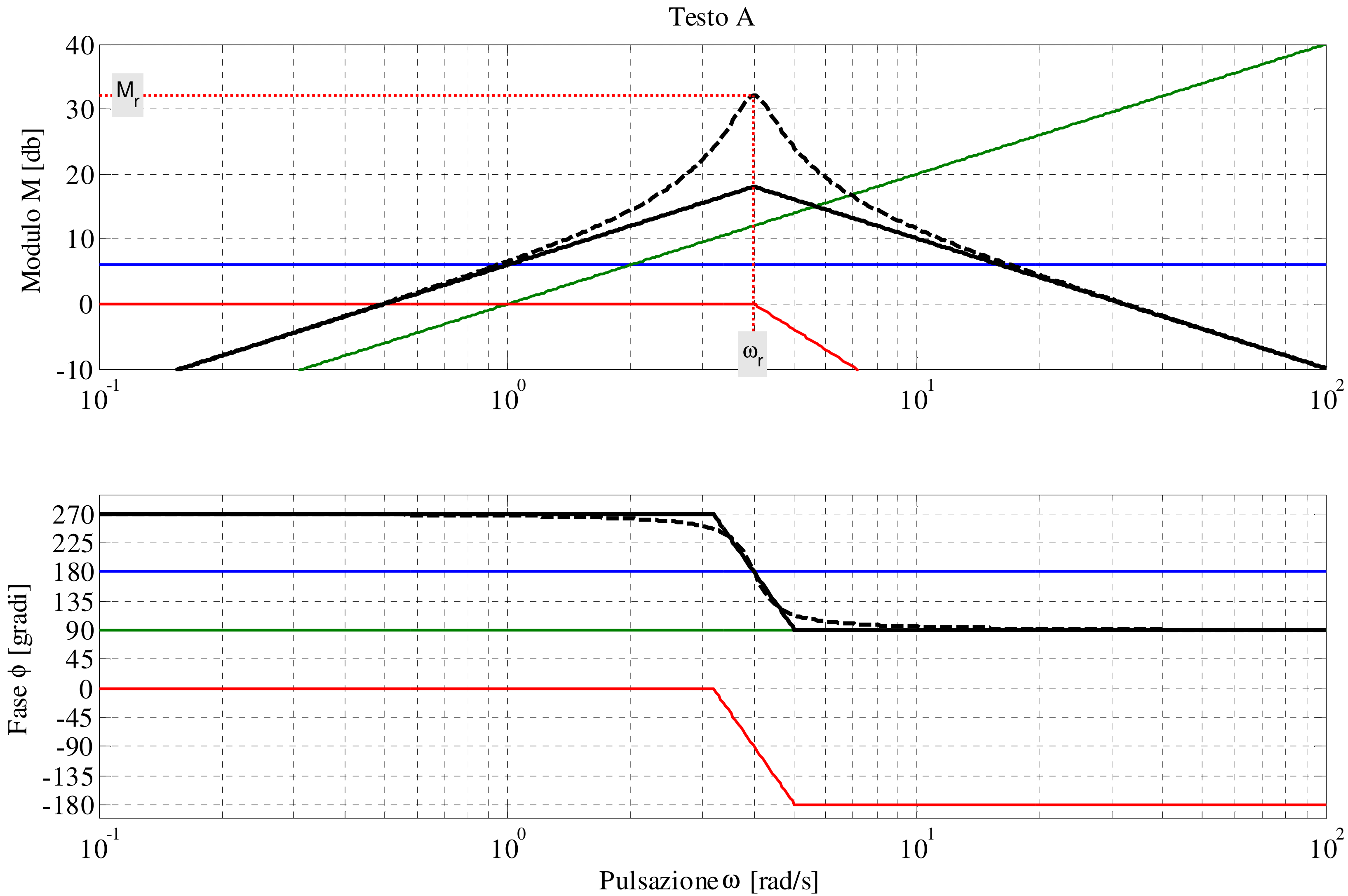
ANALISI DEI SISTEMI II Pre-esame 2009
Soluzione del Testo A

```
**** ESERCIZIO 1 ****

num =  -160     0
den =     5     4    80

(a) parametri forma di Bode

Guadagno:  K = -2, K_db = 6 db,
           phi = +/- 180 deg
Zeri in origine: nu' = 1
Poli complessi:  p,p' =  -0.4 +/- j 3.98
  omega_n = 4, zeta = 0.10,
  beta = 1.3, omega_s =   3.2, omega_d = 5,
  phi = da 0 a -180 deg,
  Delta M_db = +14 db

(b) vedi diagramma

(d) Il diagramma presenta un punto di
risonanza:
  Pulsazione: omega_r = 4 rad/s,
  Modulo:     M_r = 32 db

Raddoppiando il guadagno, il modulo alla
risonanza aumenta di 6 db ma la pulsazione
di risonanza non cambia.

(e) Ammette risposta a regime per
   u(t) = 2*sin(30*t)
essendo tutti i modi stabili

y_r = 2*M*sin(30*t + phi)
    = 2.2*sin(30*t + 1.58)

dove M = |W(j*30)| = 1.1
e    phi = arg(W(j*30)) = 1.58

Valore consistente con il diagramma di Bode
dove si legge
 M_db = |W(j*30)|_db = 1 db  => M = 1.1
 phi = arg(W(j*30)) = 90 deg = 1.58 rad

**** ESERCIZIO 2 ****

A =
    -1     2
     0     2

B =
     0
     1

C = [ a, 1]


(a) Matrice A non singolare
     => Unico punto di equilibrio: [0 0]^T

    lamba_1 = -1; lamba_2 = 2 >0
     => instabile secondo Lyapunov

(b) Funzione di trasferimento
    W = (s+2*a+1)/(s+1)/(s-2)

(c) Se a = -3/2 è BIBO stabile
    (il polo p=2 si cancella con lo zero).

    Se a <> -3/2 non è BIBO stabile.


**** ESERCIZIO 3 ****

P =  [1     2     2     4     1     1]

Tabella di Routh:

     5  |     1.00      2.00      1.00
     4  |     2.00      4.00      1.00
     3  |     0         0.50

ATTENZIONE: la riga 3 ha il primo elemento
nullo.
 Si sostituisce r' = [   0.00    0.50 ]
            con r  = [  -0.50    0.50 ]


     5  |     1.00      2.00      1.00
     4  |     2.00      4.00      1.00
     3' |    -0.50      0.50
     2  |     6.00      1.00
     1  |     0.58
     0  |     1.00

Lungo la prima colonna si contano:
- permanenze:  N_p = 3
- variazioni:  N_v = 2

Radici a parte reale
- negativa: n- = N_p = 3
- nulla:    n0 = 0
- positiva: n+ = N_v = 2

Il sistema è BIBO instabile.
```

Soluzione del Testo B

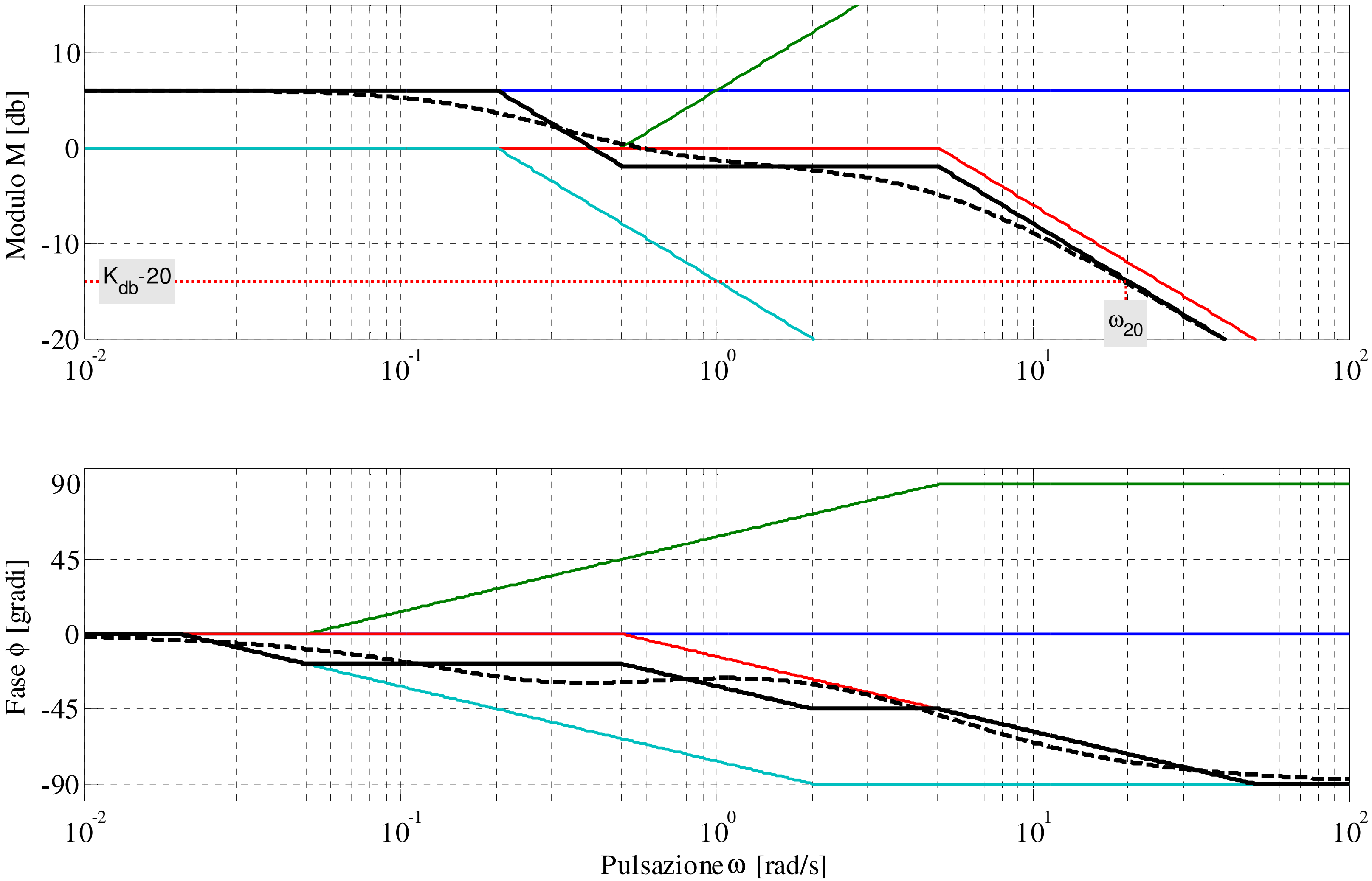
```
**** ESERCIZIO 1 ****

num =    40    20
den =    10    52    10

(a) parametri forma di Bode

Guadagno:   K = 2, K_db = 6 db, phi = 0 deg
Zero reale: z =  -0.5, tau = 2,
     1/|tau| = 0.5,   phi = da 0 a +90 deg
Polo reale: p =  -5,   tau = 0.2,
     1/|tau| =  5,    phi = da 0 a -90 deg
Polo reale: p =  -0.2, tau = 5,
     1/|tau| =  0.2,  phi = da 0 a -90 deg

(b) vedi diagramma

(d) Calcolo banda passante a -20 db
     - Pulsazione: omega_20 = 19.706 rad/s,
     - Banda: B_20 = 3.136 Hz
Raddoppiando il guadagno, la banda passante
non cambierebbe.

(e) Modello IU:
  10*d^2/dt^2 y(t) + 52*d/dt y(t) + 10*y(t)
    = 40*d/dt u(t) + 20*u(t).

w = 15/4*exp(-5*t)+1/4*exp(-1/5*t)

**** ESERCIZIO 2 ****

A = -1     0
     4     2

B =  1
     0

C = [ 1, a]

(a) Matrice A non singolare
     => Unico punto di equilibrio: [0 0]^T

    lamba_1 = -1; lamba_2 = 2 >0
     => instabile secondo Lyapunov

(b) Funzione di trasferimento
    W =  (s+4*a-2)/(s+1)/(s-2)

(c) Se a = 0 è BIBO stabile
    (il polo p=2 si cancella con lo zero).

    Se a <> 0 non è BIBO stabile.
```

```
**** ESERCIZIO 3 ****

P = [2     2    11     7    14     6]

La tabella di Routh vale:

     5  |     2.00     11.00     14.00
     4  |     2.00      7.00      6.00
     3  |     4.00      8.00
     2  |     3.00      6.00
     1  |     0

Si annulla la riga 1. Dunque il polinomio
ha fattore Q(s) = 3*s^2 + 6
e derivando vale: d Q(s)/d s = 6*s + 0

Sostituendo tali coefficienti al posto di 1
si completa la tabella:

     5  |     2.00     11.00     14.00
     4  |     2.00      7.00      6.00
     3  |     4.00      8.00
     2  |     3.00      6.00
     1  |     6.00
     0  |     6.00

Tra le prime quattro righe si hanno tre
permanenze  cioè r- = 3 e r+ = r0 = 0

Tra le ultime 3 righe si hanno 2 permanenze
e 0 variazioni cioè q- = q+ = 0 e q0 = 2

Dunque il sistema ha radici a parte reale:
- negativa: n- = r- + q- = 3
- nulla:    n0 = r0 + q0 = 2
- positiva: n+ = r+ + q+ = 0

Il sistema è BIBO instabile.
```



Testo A
Modulo M [db]
40
30
20
10
0
-10
M_r
ω_r
10^-1
10^0
10^1
10^2
Fase φ [gradi]
270
225
180
135
90
45
0
-45
-90
-135
-180
Pulsazione ω [rad/s]

Testo B



Modulo M [db]
10
0
-10
-20
K_{db}-20
ω_{20}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Fase φ [gradi]
90
45
0
-45
-90
Pulsazione ω [rad/s]