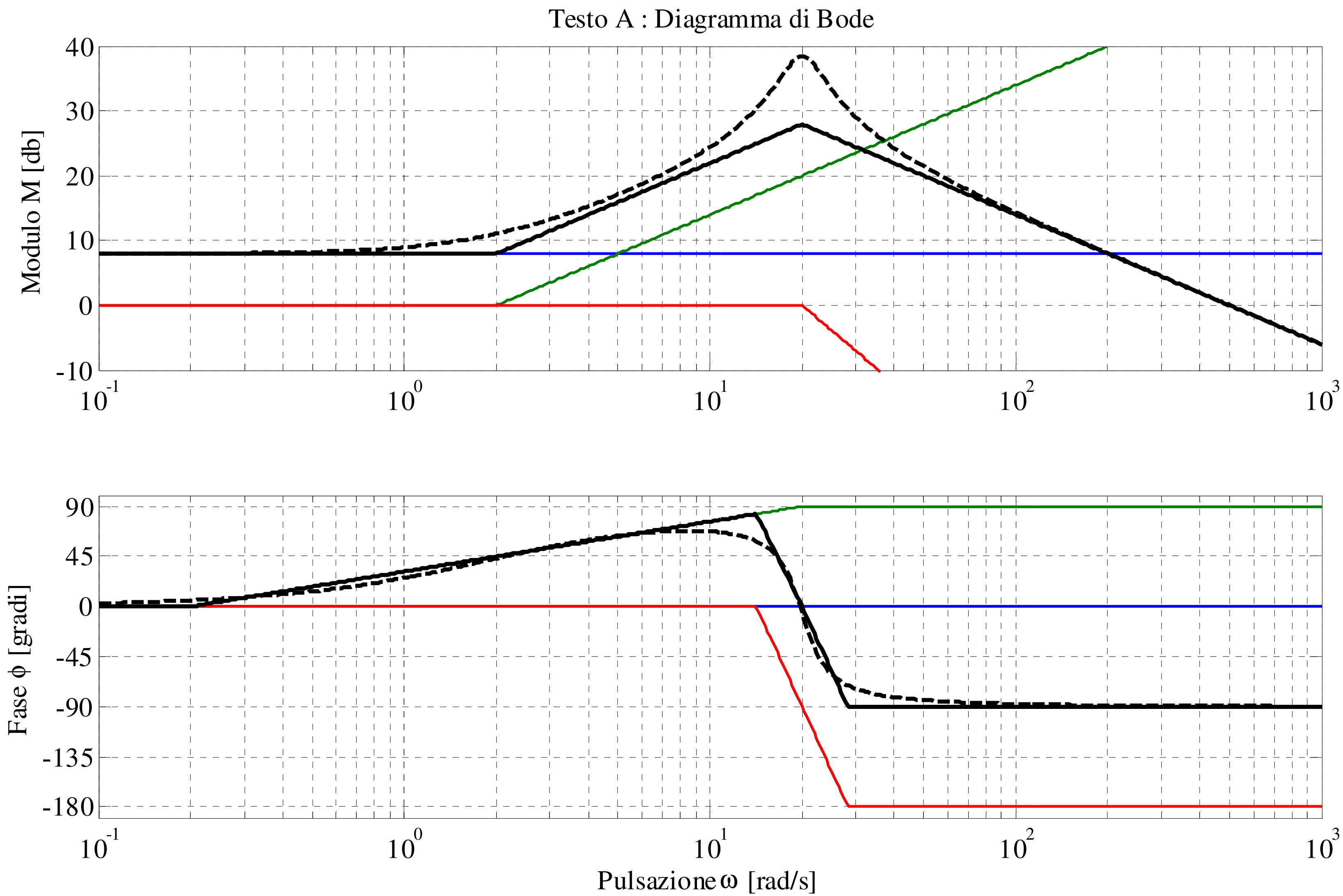
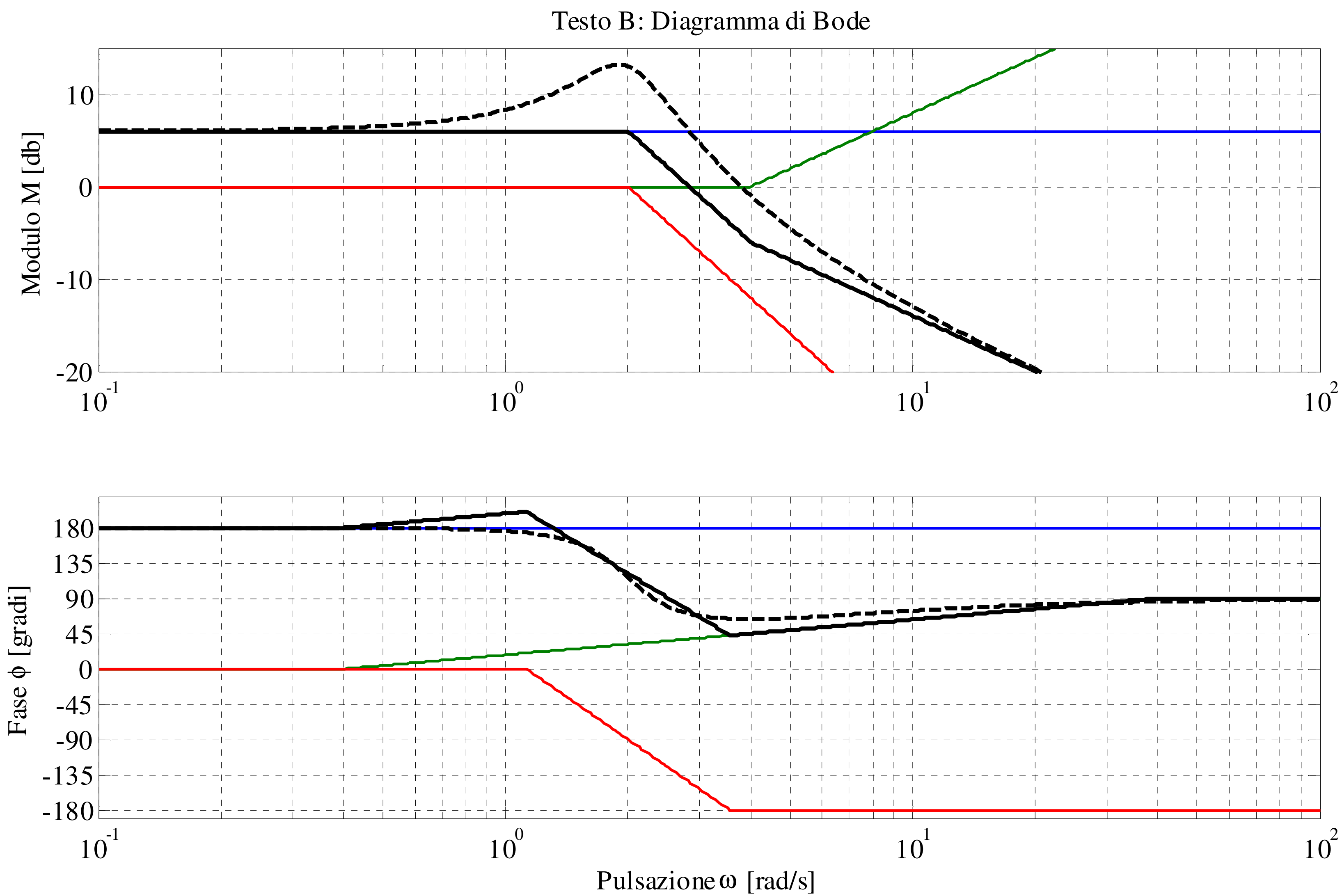
**ANALISI DEI SISTEMI II Pre-esame 2009**
**Soluzione del Testo A**

```
**** ESERCIZIO 1 ****

*** Punto (a)

num = [500  1000]
den = [  1     6   400]

Guadagno di Bode:
  K = 2.5, K_db = 8, phi = 0
Zero reale
  z =  -2, tau = 0.5, 1/|tau| = 2
  phi = da 0 a +90 deg
Poli complessi:
  p,p' =  -3 +/- j*19.8
  omega_n = 20,  zeta =  0.15
  phi = da 0 a -180 deg, beta = 1.4,
  omega_s = 14, omega_d = 28,
  Delta M_db = +10 db

*** Punto (b)
Vedi figura

*** Punto (c)

Il valore costante per omega = 0 vale
  K_db = 20 log10( |K|)
       = 20 log10( |b_0/a_0|)

Se b_0 raddoppia esso aumenta di 6 db.

*** Punto (d)

Per omega=500 dal diagramma si ricava:
  M_db    = 0 db
  phi_deg = - 90 deg
dunque modulo e fase della fdt valgono
  M   = mod(W(j*500)) = 1
  phi = arg(W(j*500)) = - π/2 rad
e
  y_r(t) =  M*cos(500*t + phi)
         =  cos(500*t - π/2)
         = -sin(500*t)

**** ESERCIZIO 2 ****

La fdt di tale sistema vale:
    W(s) = 2/(s+α)
Essa presenta un polo in p = - α
e le corrisponde il modo exp(-α*t).

*** Punto (a)

La trasformata della risposta forzata vale:
    Y_f(s) = 2/((s+α)*(s-3))
Dunque per  α≠-3 vale
  y_f(t) = A*exp(-α*t) + R*exp(3*t)
con A = -2/(3+α) e R = 2/(3+α)

Per  α=-3 vale
  y_f(t) = 2*t*exp(3*t)

*** Punto (b)

Il sistema ammette risposta a regime se e
solo se tutti i modi sono stabili, ovvero
per α>0. In tal caso A*exp(-α*t) è it
termine transitorio e R*exp(3*t) è il
termine di regime.

**** ESERCIZIO 3 ****

A = [ -1     2
       0    -4 ]
B = [  0
       1 ]
C = [ 1  1]

*** Punto (a)

inv(s*I-A)  =
   [ 1/(s+1), 2/(s+1)/(s+4)]
   [       0,       1/(s+4)]

*** Punto (b)

x0 = [ 6  3]’

X_ell = inv(s*I-A)*x0
      =  [ (6*s+30)/(s+1)/(s+4)
                3/(s+4)             ]

x_ell = [ 8*exp(-t)-2*exp(-4*t)
            3*exp(-4*t)             ]

y_ell = 8*exp(-t)+exp(-4*t)

**** ESERCIZIO 4 ****

La tabella di Routh vale:

6 |   3   4   1   1
5 |   3   4   1
4 |   0   0   1

Si annulla la riga 4 che vale
 r’  = 0 0 1
Shiftando di k=2 ottengo la riga
 r’’ = 1 0 0
Calcolo r = r’ +(-1)^2*r’’ = 1 0 1

Sostituendo r al posto di 4 completo la
tabella:

6 |   3   4   1   1
5 |   3   4   1
4’|   1   0   1
3 |   4  -2
2 |   1   2
1 | -10
0 |   2

Radici a parte reale >0:
  n+ = N_v = 2

Radici a parte reale <0:
  n- = N_p = 4

Il sistema è instabile.
```

**ANALISI DEI SISTEMI II Pre-esame 2009**
**Soluzione del Testo B**

```
**** ESERCIZIO 1 ****

*** Punto (a)

num = [2  8]
den = [1  1  4]

Guadagno di Bode:
  K = -2, K_db = 6, phi = +/- 180 deg
Zero reale
  z =  -4, tau = 0.25, 1/|tau| = 4
  phi = da 0 a +90 deg
Poli complessi:
  p,p' =  -0.5 +/- j*1.9
  omega_n = 2,  zeta =  0.25
  phi = da 0 a -180 deg, beta = 1.8,
  omega_s = 1.1, omega_d = 3.6,
  Delta M_db = +6 db

*** Punto (b)
Vedi figura

*** Punto (c)

Il valore costante per omega = 0 vale
  K_db = 20 log10( |K|)
       = 20 log10( |b_0/a_0|)

Se b_0 dimezza esso diminuisce di 6 db.

*** Punto (d)

Per omega=0.2 dal diagramma si ricava:
  M_db    = K_db = 6 db
  phi_deg = 180 deg
dunque modulo e fase della fdt valgono
  M   = mod(W(j*0.2)) = 2
  phi = arg(W(j*0.2)) = π rad
e
  y_r(t) =  M*cos(0.2*t + phi)
         =  2*cos(0.2*t + π)
         = -2*cos(0.2*t)

**** ESERCIZIO 2 ****

La fdt di tale sistema vale:
    W(s) = 1/(s+2*α)
Essa presenta un polo in p = -2α
e le corrisponde il modo exp(-2α*t).

*** Punto (a)

La trasformata della risposta forzata vale:
    Y_f(s) = 1/((s+2*α)*(s-3))
Dunque per  α≠-3/2 vale
  y_f(t) = A*exp(-2*α*t) + R*exp(3*t)
con A = -1/(3+2*α) e R = 1/(3+2*α)

Per  α=-3/2 vale
  y_f(t) = t*exp(3*t)

*** Punto (b)

Il sistema ammette risposta a regime se e
solo se tutti i modi sono stabili, ovvero
per α>0. In tal caso A*exp(-2*α*t) è it
termine transitorio e R*exp(3*t) è il
termine di regime.


**** ESERCIZIO 3 ****

A = [ -1     4
       0    -2 ]
B = [  1
       1 ]
C = [ 1  0]

*** Punto (a)

inv(s*I-A)  =
  [1/(s+1), 4/(s+1)/(s+2) ]
  [      0,       1/(s+2) ]

*** Punto (b)

x0 = [ 6  3]'

X_ell = inv(s*I-A)*x0
      =  [ (6*s+24)/(s+1)/(s+2)
                3/(s+4)              ]

x_ell = [-12*exp(-2*t)+18*exp(-t)
           3*exp(-2*t)               ]

y_ell = -12*exp(-2*t)+18*exp(-t)


**** ESERCIZIO 4 ****

La tabella di Routh vale:

5 |   2   3   1
4 |   2   3   1
3 |   0   0

Si annulla la riga 3. Dunque il polinomio
ha fattore Q(s) = 2*s^4 + 3*s^2 + 1
e derivando vale: d Q(s)/d s = 8*s^3 + 6*s

Sostituendo tali coefficienti al posto di 3
completo la tabella:

5 |   2   3   1
4 |   2   3   1
3'|   8   6
2 |  12   8
1 |   8
0 |   8

Tra le prime due righe si ha una permanenza
cioè r- = 1 e r+ = r0 = 0

Tra le ultime 5 righe si hanno 4 permanenze
e 0 variazioni cioè q- = q+ = 0 e q0 = 4

Dunque il sistema ha
Radici a parte reale >0: n+ = r+ + q+ = 0
Radici a parte reale =0: n0 = r0 + q0 = 4
Radici a parte reale <0: n- = r- + q- = 1

Il sistema è instabile.
```


Testo A : Diagramma di Bode
Modulo M [db]
40
30
20
10
0
-10
$10^{-1}$
$10^{0}$
$10^{1}$
$10^{2}$
$10^{3}$
Fase φ [gradi]
90
45
0
-45
-90
-135
-180
Pulsazione ω [rad/s]


Testo B: Diagramma di Bode
Modulo M [db]
10
0
-10
-20
$10^{-1}$
$10^{0}$
$10^{1}$
$10^{2}$
Fase ϕ [gradi]
180
135
90
45
0
-45
-90
-135
-180
$10^{-1}$
$10^{0}$
$10^{1}$
$10^{2}$
Pulsazione ω [rad/s]