

# Analisi dei Sistemi — Esercitazione 7

15 Dicembre 2009

**Esercizio 1.** Si considerino i tre sistemi SISO lineari e stazionari descritti dalle seguenti funzioni di trasferimento:

$$W_1(s) = \frac{7}{s^2 + 1}; \quad W_2(s) = \frac{s + 2}{s^2 - 1}; \quad W_3(s) = \frac{s + 4}{(s + 1)^2}.$$

- (a) Si rappresentino i poli di ogni funzione sul piano di Gauss e si valuti la stabilità BIBO dei corrispondenti sistemi.
- (b) Il sistema descritto dalla prima funzione non è BIBO stabile, come si è appurato al punto precedente. Si tracci per tale funzione il diagramma di Bode qualitativo dei moduli: non è necessario usare la carta semilogaritmica ma occorre tracciare il diagramma esatto e non limitarsi a quello asintotico. Sulla base del diagramma, è possibile indicare un ingresso limitato a cui consegue una risposta illimitata?

**Esercizio 2.** Si consideri il sistema descritto dalla seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -2x_1^2(t)x_2(t) + 5 \\ \dot{x}_2(t) &= x_2(t) - 1 \end{cases} \quad (1)$$

- (a) Si discuta se tale sistema sia lineare/non lineare, autonomo/non autonomo.
- (b) Si valutino i punti di equilibrio di tale sistema e li si rappresenti nello spazio di stato.

**Esercizio 3.** Si considerino i seguenti sistemi lineari, stazionari e autonomi descritti dal modello

$$\dot{x}(t) = A_i x(t), \quad i = 1, \dots, 4$$

dove la matrice di stato vale:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (a) Si calcolino gli stati di equilibrio e li si rappresenti nello spazio di stato.
- (b) Si rappresentino gli autovalori di ogni matrice sul piano di Gauss e si stabilisca se gli stati di equilibrio precedentemente determinati sono stabili, instabili o asintoticamente stabili.

**Esercizio 4.** Si verifichi per mezzo del criterio di Routh la stabilità del sistema descritto dalla seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{s - 2}{2s^5 + 2s^4 + 4s^3 + 12s^2 + 6s + 4},$$

indicando il numero di poli a parte reale positiva, a parte reale nulla e a parte reale negativa.

**Esercizio 5.** Si verifichi per mezzo del criterio di Routh la stabilità del sistema descritto dalla seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{2s^2 - 3}{s^5 + 3s^4 + 2s^3 + 10s^2 + (6 + k)s + 4}$$

indicando per ogni valore del parametro  $k$  il numero di poli a parte reale positiva, a parte reale nulla e a parte reale negativa.