ANALISI DEI SISTEMI II Pre-esame 2008
Soluzione del Testo A

**** ESERCIZIO 1 ****

*** Punto (a)

```
num = [100   250   100]
den = [10   101    10]
```

```
Guadagno di Bode: K = 10, K_db = 20
Zero reale: z_1 =  -0.5;  tau_1' =  2
Zero reale: z_2 =  -2;    tau_2' =  0.5
Polo reale: p_1 =  -0.1;  tau_1  = 10
Polo reale: p_2 = -10;    tau_2  =  0.1
```

*** Punto (b)
Vedi figura

*** Punto (c)

Spostando verso destra il punto di rottura del polo p_2 l'asintoto per le alte frequenze cresce.

*** Punto (d)

```
Per omega=3 vale:
  M   = mod(W(j*3)) = 3.5
  phi = arg(W(j*3)) = 0.56 rad
dunque
  y_r(t) = -2*M*cos(3*t + phi)
         =   -7*cos(3*t + 0.56)
```

*** Punto (e)
Tale valore è consistente con il diagramma di Bode dove, in corrispondenza di omega=3 si legge

```
  M_db    = 11 db    = 20*log10(M)
  phi_deg = 32 gradi = 0.56*180/pi
```

Usando il diagramma asintotico vi saranno delle piccole variazioni rispetto ai valori analitici.

**** ESERCIZIO 2 ****

```
A = [ -1     1
       4    -4 ]
B = [  0
       1 ]
C = [ alpha  1]
```

*** Punto (a)

Gli autovalori di A, e dunque la stabilità secondo Lyapunov, non dipendono da alpha.

```
  eig(A) = { 0, -5 }
```

```
lambda_1 =  0 (parte reale nulla)
lambda_2 = -5 (parte reale negativa) ==>
```
sistema stabile ma non asintoticamente

*** Punto (b)

```
inv(s*I-A)  =
  [ (s+4)/s/(s+5),     1/s/(s+5)]
  [     4/s/(s+5), (s+1)/s/(s+5)]
```

```
W(s) = C*inv(s*I-A)*B
     = (s+alpha+1)/(s ^2+5*s)
```

```
y''(t) + 5*y'(t) = u'(t) + (alpha+1)*u(t)
```

*** Punto (c)

Per alpha = -1 il polo in s=0 si cancella con uno zero; la fdt diventa
```
  W(s) = (s-1+1)/(s ^2+5*s) = 1/(s+5)
```
e dunque il sistema è BIBO stabile.

Per tutti gli altri valori di alpha il polo in s=0 implica la non stabilità.

*** Punto (d)

```
U(s) = 30/(s-1)
X(s) = [ 30/(s-1)/s/(s+5)
       30/(s-1)*(s+1)/s/(s+5) ]
```

```
x_f(t) = [    exp(-5*t)-6+5*exp(t)
           -4*exp(-5*t)-6+10*exp(t) ]
```

```
y_f(t) = C*x_f(t) = -5*exp(-5*t)+5*exp(t)
```

*** Punto (e)

La risposta forzata dello stato non ammette regime avendo, oltre al modo stabile
```
  exp(-5*t)
```
un modo
```
  exp(0*t)
```
che non si estingue.

La risposta forzata dell'uscita (essendo il sistema BIBO stabile per alpha=1) ha invece solo il modo stabile
```
  exp(-5*t)
```
e dunque ammette risposta a regime. Il termine transitorio vale:
```
  y_t(t) = -5*exp(-5*t)
```
e il termine di regime vale
```
  y_r(t) = 5*exp(t)
```

ANALISI DEI SISTEMI II Pre-esame 2008
Soluzione del Testo B

**** ESERCIZIO 1 ****

*** Punto (a)

```
num = [10   101    10]
den = [ 2     5     2]
```

```
Guadagno di Bode: K = 5, K_db = 14
Zero reale: z_1 =  -0.1;  tau_1' =  10
Zero reale: z_2 = -10;    tau_2' =  0.1
Polo reale: p_1 =  -0.5;  tau_1  =  2
Polo reale: p_2 =  -2;    tau_2  =  0.5
```

*** Punto (b)
Vedi figura

*** Punto (c)

Spostando verso destra il punto di rottura dello zero z_2 l'asintoto per le alte frequenze decresce.

*** Punto (d)

```
Per omega=3 vale:
  M   = mod(W(j*3)) = 14
  phi = arg(W(j*3)) = -0.56 rad
dunque
  y_r(t) = -2*M*cos(3*t + phi)
         =  -28*cos(3*t - 0.56)
```

*** Punto (e)
Tale valore è consistente con il diagramma di Bode dove, in corrispondenza di omega=3 si legge

```
  M_db    =  23 db    = 20*log10(M)
  phi_deg = -32 gradi = phi*180/pi
```

Usando il diagramma asintotico vi saranno delle piccole variazioni rispetto ai valori analitici.

**** ESERCIZIO 2 ****

```
A = [ -2     2
       3    -3 ]
B = [  0
       1 ]
C = [ alpha  1]
```

*** Punto (a)

Gli autovalori di A, e dunque la stabilità secondo Lyapunov, non dipendono da alpha.

```
  eig(A) = { 0, -5 }
```

```
lambda_1 =  0 (parte reale nulla)
lambda_2 = -5 (parte reale negativa) ==>
```
sistema stabile ma non asintoticamente

*** Punto (b)

```
inv(s*I-A)  =
  [ (s+3)/s/(s+5),     2/s/(s+5)]
  [     3/s/(s+5), (s+2)/s/(s+5)]
```

```
W(s) = C*inv(s*I-A)*B
     = (s+2*(alpha+1))/(s ^2+5*s)
```

```
y''(t) + 5*y'(t) = u'(t) + 2*(alpha+1)*u(t)
```

*** Punto (c)

Per alpha = -1 il polo in s=0 si cancella con uno zero; la fdt diventa
```
  W(s) = (s)/(s ^2+5*s) = 1/(s+5)
```
e dunque il sistema è BIBO stabile.

Per tutti gli altri valori di alpha il polo in s=0 implica la non stabilità.

*** Punto (d)

```
U(s) = 30/(s-1)
X(s) = [        60/(s-1)/s/(s+5)
         30*(s+2)/(s-1)/s/(s+5)  ]
```

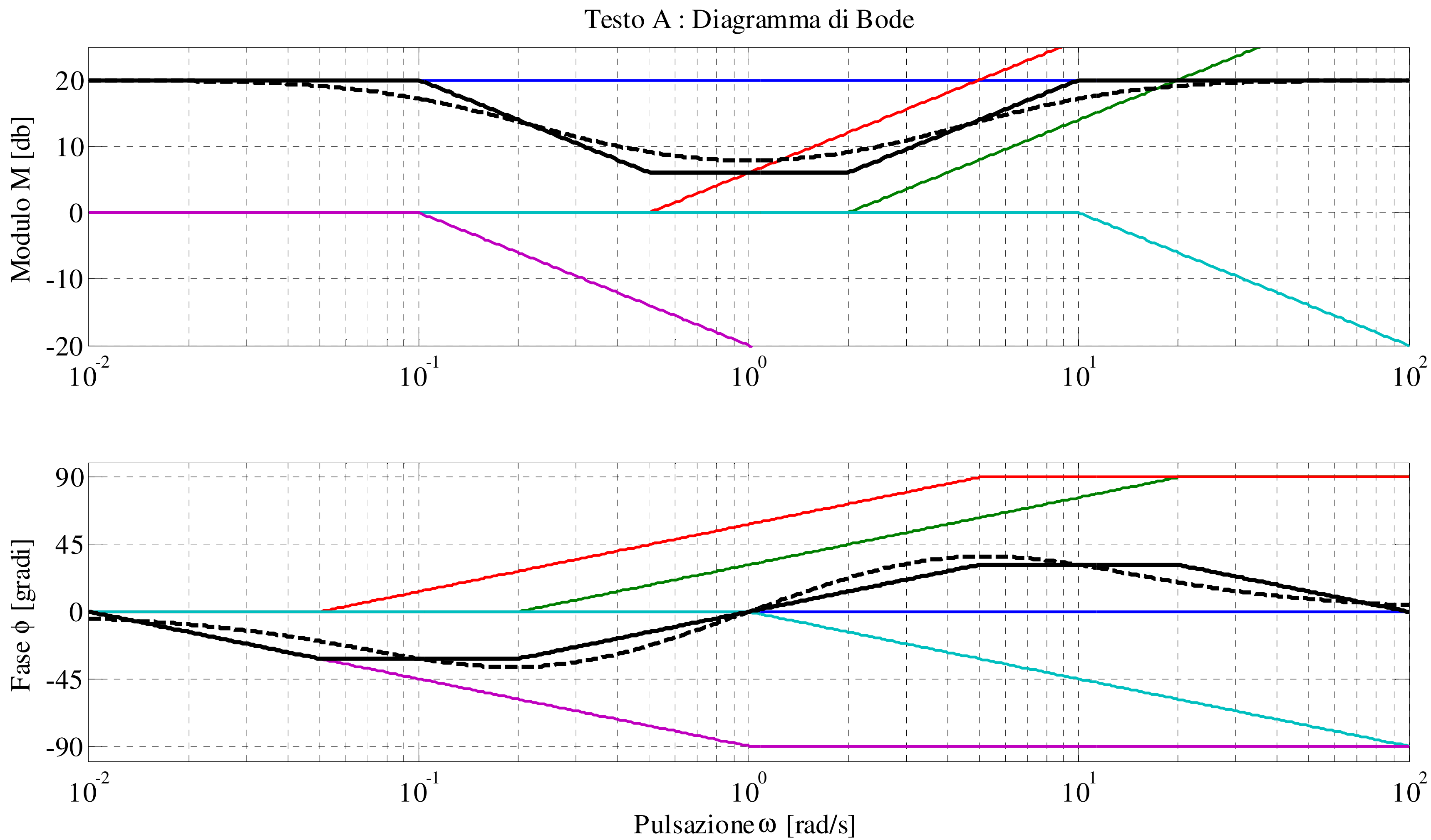
```
x_f(t) = [   2*exp(-5*t) -12 +10*exp(t)
            -3*exp(-5*t) -12 +15*exp(t)]
```

```
y_f(t) = C*x_f(t) = -5*exp(-5*t)+5*exp(t)
```

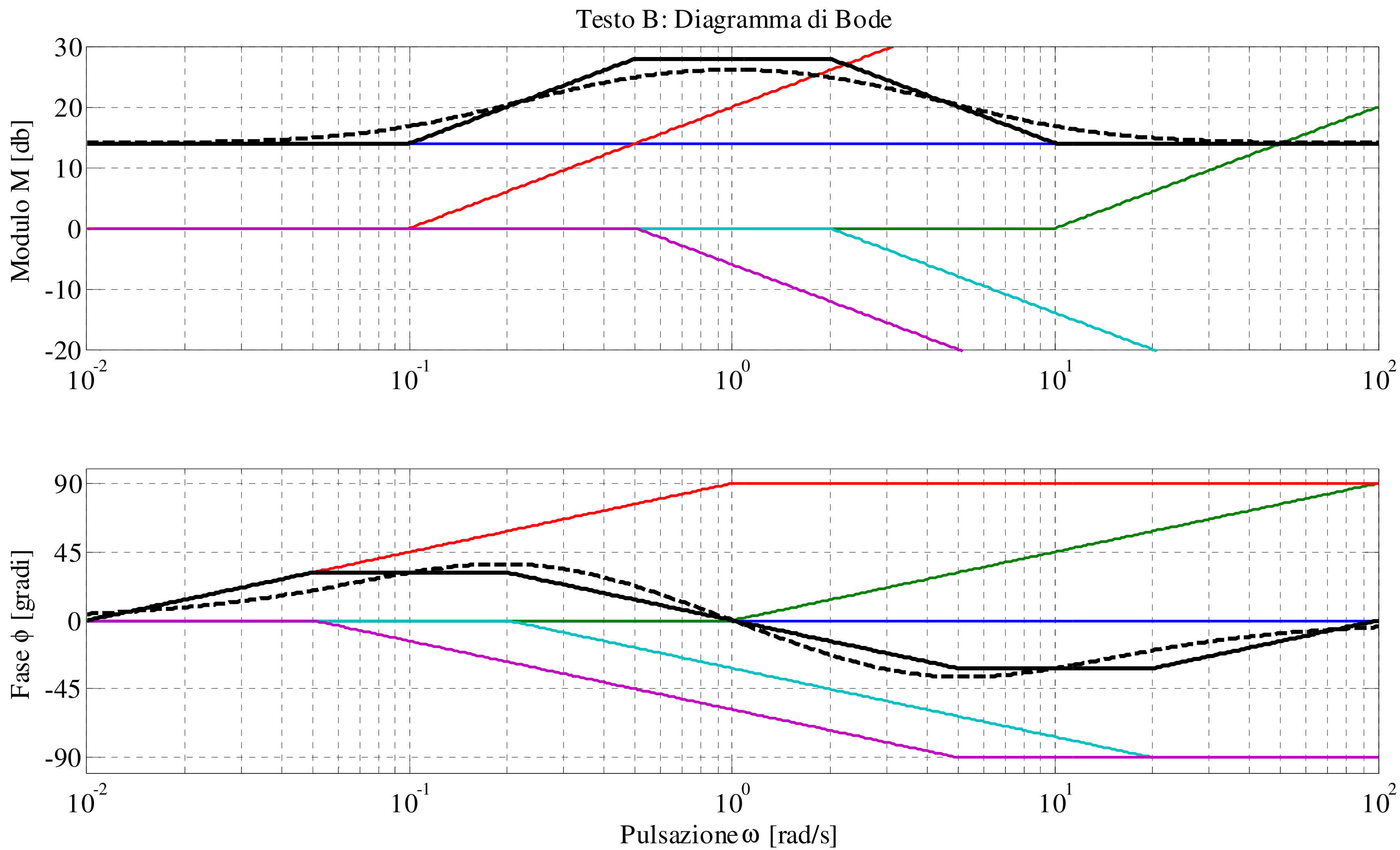
*** Punto (e)

La risposta forzata dello stato non ammette regime avendo, oltre al modo stabile
```
  exp(-5*t)
```
un modo
```
  exp(0*t)
```
che non si estingue.

La risposta forzata dell'uscita (essendo il sistema BIBO stabile per alpha=1) ha invece solo il modo stabile
```
  exp(-5*t)
```
e dunque ammette risposta a regime. Il termine transitorio vale:
```
  y_t(t) = -5*exp(-5*t)
```
e il termine di regime vale
```
  y_r(t) = 5*exp(t)
```



Testo A : Diagramma di Bode
Modulo M [db]
20
10
0
-10
-20
10^-2
10^-1
10^0
10^1
10^2
Fase φ [gradi]
90
45
0
-45
-90
10^-2
10^-1
10^0
10^1
10^2
Pulsazione ω [rad/s]



Testo B: Diagramma di Bode
Modulo M [db]
30
20
10
0
-10
-20
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Fase φ [gradi]
90
45
0
-45
-90
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Pulsazione ω [rad/s]