

# Analisi dei Sistemi

Seconda Prova Scritta - 23 Dicembre 2008

**Esercizio 1. (14 punti + 2 bonus)** È data la seguente funzione di trasferimento:

$$\text{(Testo A)} \quad W(s) = 25 \frac{4s^2 + 10s + 4}{10s^2 + 101s + 10}, \quad \text{(Testo B)} \quad W(s) = \frac{10s^2 + 101s + 10}{2s^2 + 5s + 2}.$$

- (a) (2 punti) Si riporti tale funzione in forma di Bode, indicando tutti i parametri che la caratterizzano.
- (b) (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode di tale funzione.
- (c) (bonus 2 punti) Si verifichi che il diagramma dei moduli di tale funzione tende ad un valore costante per  $\omega \rightarrow \infty$ . Tale valore *crescerebbe* o *decrederebbe* se, mantenendo tutti gli altri parametri costanti, si spostasse verso destra il punto di rottura
- (Testo A) del polo  $p = -10$ ,                      (Testo B) dello zero  $z = -10$ ?
- (d) (4 punti) Si discuta se tale sistema ammette risposta a regime quando esso è soggetto ad un ingresso sinusoidale. Si determini per via analitica la risposta a regime conseguente all'ingresso  $u(t) = -2 \cos(3t)\delta_{-1}(t)$ .
- (e) (2 punti) Si mostri che è possibile rispondere al punto precedente per via grafica, usando solamente il diagramma di Bode. Il risultato ottenuto per via analitica è consistente con quello ottenuto per via grafica?

**Esercizio 2. (16 punti)** È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

dove

$$\begin{aligned} \text{(Testo A)} \quad A &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [\alpha \quad 1], \quad D = [0], \\ \text{(Testo B)} \quad A &= \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [\alpha \quad 1], \quad D = [0]. \end{aligned}$$

Tale rappresentazione dipende da un parametro incognito  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

- (a) (2 punti) Si discuta come varia, al variare del parametro  $\alpha$ , la stabilità secondo Lyapunov di tale sistema.
- (b) (3 punti) Si determini la funzione di trasferimento di tale sistema e il corrispondente modello ingresso-uscita.
- (c) (3 punti) Si discuta come varia, al variare del parametro  $\alpha$ , la stabilità BIBO di tale sistema e si discuta se tale risultato sia consistente con quanto determinato al punto (a).
- (d) (6 punti) Assunto  $\alpha = -1$ , si determini l'evoluzione forzata dello stato  $x_f(t)$  e dell'uscita  $y_f(t)$  quando al sistema viene applicato il segnale di ingresso  $u(t) = 30e^t\delta_{-1}(t)$ .
- (e) (2 punti) Si discuta se la risposta forzata dello stato e dell'uscita determinata al punto precedente possa essere scomposta in un termine transitorio e in un termine di regime, indicando quanto valgono i singoli termini.