

Analisi dei Sistemi

Compito del 23 Gennaio 2008

Esercizio 1 (8 punti). È dato un sistema lineare e stazionario la cui risposta impulsiva vale

$$w(t) = (1 + t) \delta_{-1}(t).$$

- (a) (4 punti) Si determini un modello ingresso-uscita di tale sistema, indicando il suo ordine. Si discuta se tale sistema sia: dinamico o istantaneo; strettamente proprio, proprio o improprio.
- (b) (4 punti) Si consideri il segnale di ingresso

$$u(t) = \begin{cases} 2 & \text{per } t \in [1, 3); \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Tracciatone il grafico, si calcoli, mediante l'integrale di Duhamel, quanto vale la risposta forzata del sistema dato conseguente all'applicazione del segnale $u(t)$.

Esercizio 2 (12 punti). È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1)$$

- (a) (5 punti) Si determini una trasformazione di similitudine $\tilde{z}(t) = P^{-1}x(t)$ che porti ad una rappresentazione in cui la matrice di stato è in forma diagonale e si calcolino tutte le matrici della nuova rappresentazione.
- (b) (4 punti) Si desidera calcolare per la rappresentazione originaria (1) l'evoluzione libera dello stato e della uscita a partire dalla condizione iniziale $x(0) = [3 \ 5]^T$. Per risolvere tale problema, si scriva la matrice di transizione dello stato della rappresentazione originaria (1) in funzione della matrice di transizione dello stato della rappresentazione diagonale.
- (c) (3 punti) Si calcoli la funzione di trasferimento $W(s)$ di tale sistema e la corrispondente risposta impulsiva.

Esercizio 3 (10 punti). È dato un sistema la cui funzione di trasferimento vale

$$W(s) = \frac{64s - 32}{2s^2 + 10s + 8}.$$

- (a) (6 punti) Si riporti la funzione di trasferimento di tale sistema in forma di Bode calcolandone i parametri caratteristici. Tracciare il diagramma di Bode della $W(j\omega)$.
- (b) (4 punti) Quanto vale la banda passante a $-20db$ per questo sistema? Qual è il suo significato fisico?