ANALISI DEI SISTEMI

SOLUZIONE PRE-ESAME 16/11/2007

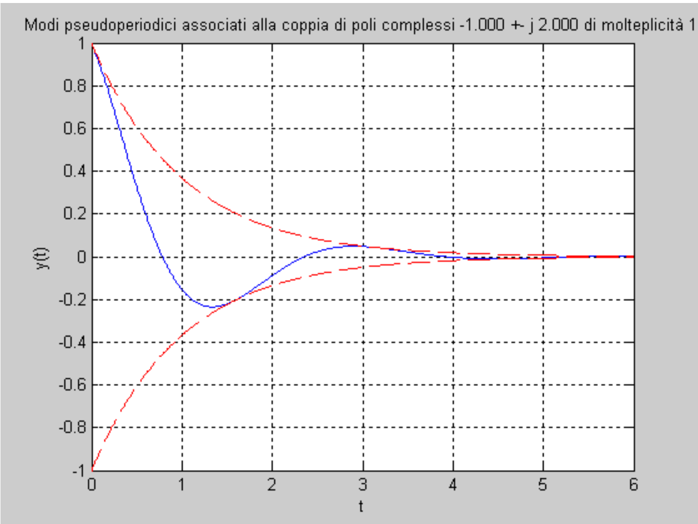
****
Testo A
****

Es 1.2 - Lineare per ρ=2 e η=1

Es 1.3 - Radici
-1.0000 + 2.0000i
-1.0000 - 2.0000i

Costante di tempo τ = 1.000 [sec]
Pulsazione naturale ω_n = 2.236 [rad/sec]
Coeff. di smorzamento ζ = 0.447 [1/rad]

Modo exp(-t)*cos(2*t)



Tempo di assestamento (al 5%)
t_a5% = 3* τ = 3 [sec]

Es 1.4

Le possibili forme di Jordan sono

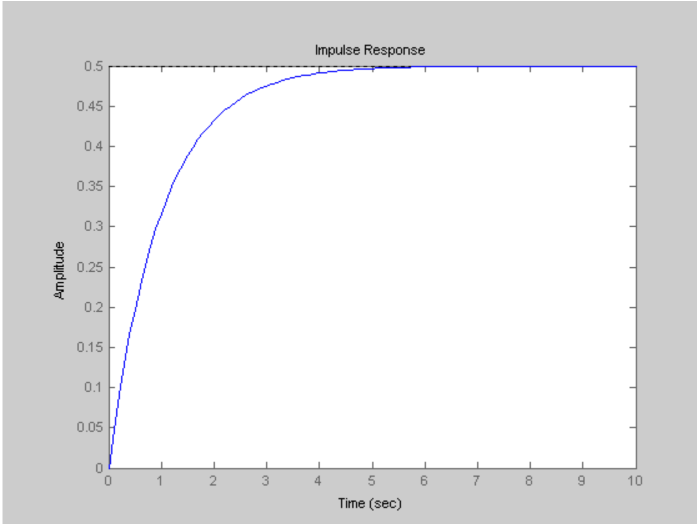
```
[2  1  0  0     [2  1  0  0      [2  0  0  0
 0  2  1  0      0  2  0  0       0  2  0  0
 0  0  2  0      0  0  2  0       0  0  2  0
 0  0  0  0]     0  0  0  0]      0  0  0  0]
```

a seconda che il primo autovalore abbia indice 3, 2 o 1.

Per una data A la forma è unica.

Es 2

w(t) = 1/2-1/2*exp(-t)



y_f = (-1/2*t+1/2-1/2*exp(-t))* δ_{-1}(t)
+ (t-3+exp(-t+2))* δ_{-1}(t-2)

Es 3

```
A =
      2    -1
      1     0


C =
      1     0
```

```
exp(A*t) =
[ exp(t)+t*exp(t),         -t*exp(t)]
[         t*exp(t), exp(t)-t*exp(t)]
```

Detto x(0) = [x01 x02]'

vale

y_ell = C* exp(A*t)*x(0) =
= (exp(t)+t*exp(t))*x01-t*exp(t)*x02

e se x01=2 e x02=2 vale

y_ell = 2*exp(t)

```
*****************************
Testo B
*****************************
```

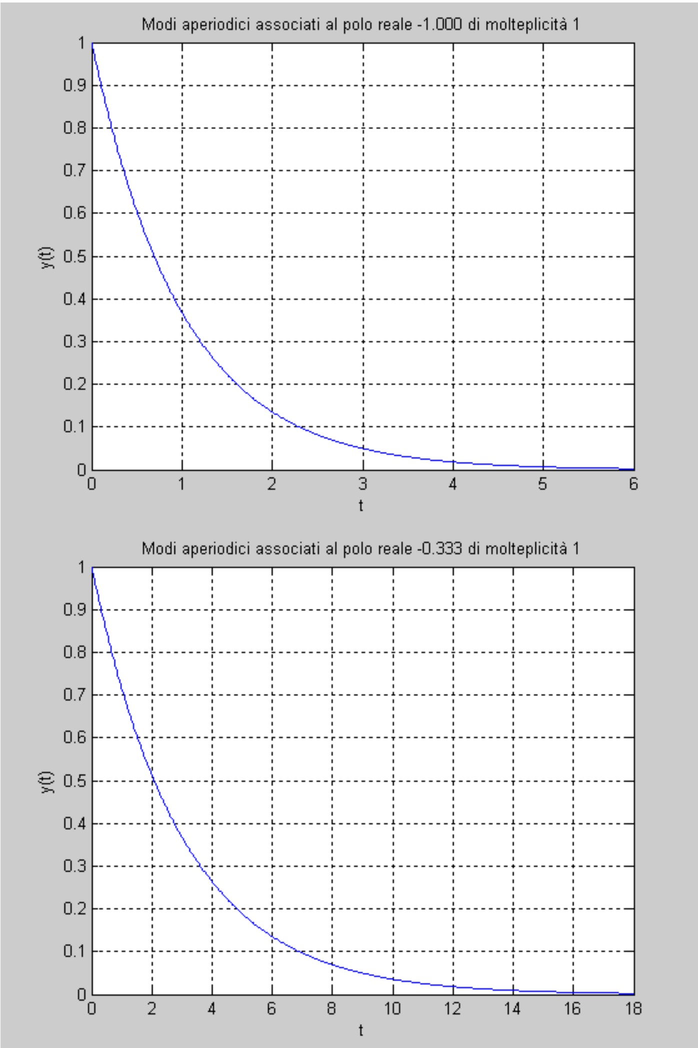
Es 1.2 - Stazionario per η=1

Es 1.3 - Radici
p1 = -1.0000
p2 = -0.3333

Costante di tempo τ_1 = 1.000 [sec]
Costante di tempo τ_2 = 3.000 [sec]

Modo 1: exp(-t)
Modo 2: exp(-t/3)

I modi si estinguono dopo 5τ e dunque il primo modo ha τ più piccolo ed è più veloce.



Es 1.4 - Le possibili forme di Jordan sono

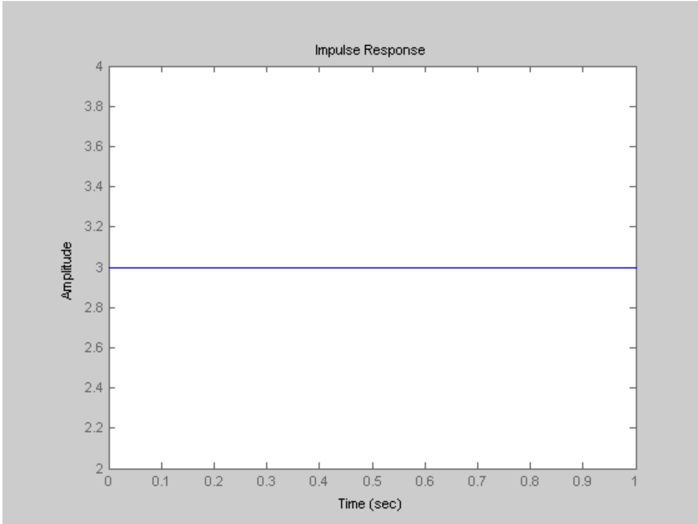
$$\begin{bmatrix}3&1&0&0\\0&3&0&0\\0&0&5&1\\0&0&0&5\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}3&1&0&0\\0&3&0&0\\0&0&5&0\\0&0&0&5\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}3&0&0&0\\0&3&0&0\\0&0&5&1\\0&0&0&5\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}3&0&0&0\\0&3&0&0\\0&0&5&0\\0&0&0&5\end{bmatrix}$$

a seconda che il primo / secondo autovalore abbiano indici (2,2), (2,1), (1,2) e (1,1).

Per una data A la forma è unica.

Es 2

w(t) = 2*δ(t)+3



(L'impulso in t=0 non e' mostrato in figura)

y_f = (3/2*t^2 + 2*t)*δ_{-1}(t)
(-3/2*t^2 + t + 1/2)*δ_{-1}(t-1)

Es 3

A =

$$\begin{matrix}0 & -2\\ 2 & 4\end{matrix}$$

C =

$$\begin{matrix}0 & 1\end{matrix}$$

```
exp(A*t) =
[ exp(2*t)-2*t*exp(2*t),      -2*t*exp(2*t)]
[       2*t*exp(2*t), exp(2*t)+2*t*exp(2*t)]
```

Detto x(0) = [x01 x02]'

vale

```
y_ell = C* exp(A*t)*x(0) =
      = 2*t*exp(2*t)*x01
        +(exp(2*t)+2*t*exp(2*t))*x02
```

e se x01=3/2 e x02=0 vale

y_ell = 3*t*exp(2*t)