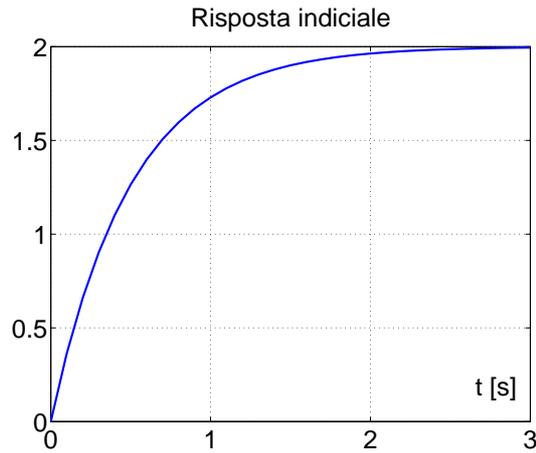


# Analisi dei Sistemi

Soluzione del compito del 24 Gennaio 2007

**Esercizio 1.** La funzione di trasferimento data è quella di un sistema del primo ordine strettamente proprio con:  $K = 2$ ;  $p = -2$ ;  $\tau = 0.5$ . La risposta indiciale vale:

$$w_{-1}(t) = K(1 - e^{-pt}) = K(1 - e^{-t/\tau}) = 2(1 - e^{-2t}).$$



**Esercizio 2** (12 punti). (a) Tabella di Routh

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 1 - \eta & \eta \\ 1 & \frac{8 - 10\eta}{1 - \eta} & \\ 0 & \eta & \end{array} \quad \Rightarrow$$

	$n_-$	$n_0$	$n_+$	
$\eta < 0$	2	0	1	instabile
$0 < \eta < 4/5$	3	0	0	stabile
$4/5 < \eta < 1$	1	0	2	instabile
$1 < \eta$	1	0	2	instabile

Casi particolari:

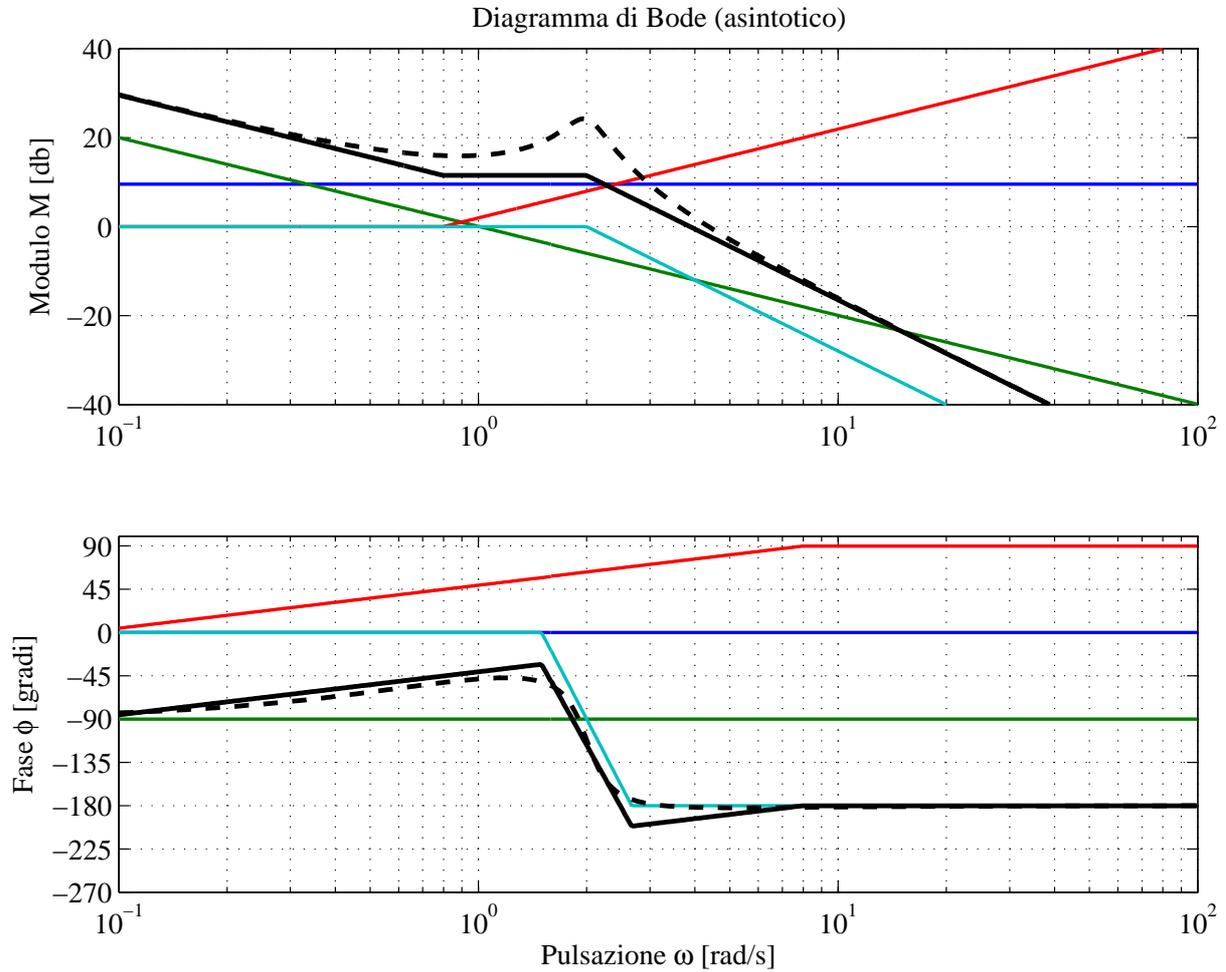
$$\boxed{\eta = 0} \quad \Rightarrow \quad P(s) = (2s^2 + s + 8)s \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c|cc|cc} & n_- & n_0 & n_+ & \\ \hline \eta = 0 & 2 & 1 & 0 & instabile \end{array}$$

$$\boxed{\eta = 4/5} \quad \begin{array}{c|cc} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 1/5 & 4/5 \\ 1 & 0 & \\ 0 & - & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c|cc|cc} & n_- & n_0 & n_+ & \\ \hline \eta = 4/5 & 1 & 2 & 0 & instabile \end{array}$$

$$\boxed{\eta = 1} \quad \begin{array}{c|cc} 3 & 2 & 8 \\ 2 & +\epsilon & 1 \\ 1 & -2/\epsilon & \\ 0 & 1 & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c|cc|cc} & n_- & n_0 & n_+ & \\ \hline \eta = 1 & 1 & 0 & 2 & instabile \end{array}$$

(b) Diagramma di Bode

Guadagno	$K = 3; \quad  K _{db} = 10$
Poli nell'origine	$\nu = 1$
Zero reale	$z = -0.8; \quad \tau = 1.25; \quad 1/ \tau  = 0.8$
Coppia poli complessi coniugati	$p, p' = -0.25 \pm j1.98$ $\omega_n = 2; \quad \zeta = 0.13$ $\omega_s = 1.5; \quad \omega_d = 2.7$ $\Delta M_{db} = 12$



**Esercizio 3.** Matrice di transizione dello stato e evoluzione libera:

(a)

$$e^{At} = \begin{bmatrix} 1 & 1 - e^{-t} \\ 0 & e^{-t} \end{bmatrix}; \quad x_\ell(t) = e^{At}x(0) = \begin{bmatrix} 3 - 2e^{-t} \\ 2e^{-t} \end{bmatrix}.$$

(b) La matrice di trasferimento ha dimensione  $p \times r = 1 \times 2$ .

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s(s+1)} \\ 0 & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}; \quad W(s) = C(sI - A)^{-1}B + D = \begin{bmatrix} \frac{5}{s} & \frac{7s^2 + 11s + 10}{s(s+1)} \end{bmatrix}.$$

Il primo elemento indica la funzione di trasferimento fra  $u_1$  e  $y$ ; il secondo elemento indica la funzione di trasferimento fra  $u_2$  e  $y$ .