Analisi dei Sistemi

Seconda Prova Scritta - 22 Dicembre 2006

Esercizio 1. (6 punti) Si risponda in modo chiaro ed esaustivo alle seguenti domande. Ad ogni risposta esatta verranno attribuiti 3 punti.

Testo A

(a) Si dia la definizione di punto di equilibrio secondo Lyapunov per un generico sistema non lineare. Si discuta come possano venire classificati tali punti riguardo alla stabilità spiegando di ogni caso il significato fisico.

(b) È possibile che la funzione di trasferimento $W(j\omega)$ di un sistema lineare e stazionario abbia modulo infinito per un valore finito di pulsazione $\omega \in (0, +\infty)$? Se la risposta è negativa, si spieghi perché. Se la risposta è positiva, si dia un esempio e lo si commenti.

Testo B

(a) Si dia la definizione di stabilità BIBO. Quali sono le condizioni necessarie e sufficienti (sia in termini di funzione di trasferimento, sia in termini di risposta impulsiva) affinchè un sistema lineare e stazionario sia BIBO stabile?

(b) È possibile che la funzione di trasferimento $W(j\omega)$ di un sistema lineare e stazionario abbia modulo pari a zero per un valore finito di pulsazione $\omega \in (0, +\infty)$? Se la risposta è negativa, si spieghi perché. Se la risposta è positiva, si dia un esempio e lo si commenti.

Esercizio 2. (10 punti) È data la seguente funzione di trasferimento:

Testo A

$$W(s) = \frac{6s + 6}{2s^2 + 4s + 40}.$$

Testo B

$$W(s) = \frac{6s + 42}{2s^2 + 3s + 21}.$$

(a) (2 punti) Si riporti tale funzione in forma di Bode, indicando tutti i parametri che la caratterizzano.

(b) (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode di tale funzione.

(c) (2 punti) Si valuti la banda passante a meno 20 db di tale sistema. Si discuta come varia tale parametro qualora i coefficienti del polinomio al numeratore vengano tutti moltiplicati per 10.

Esercizio 3. (6 punti) È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

dove

Testo A

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ \varrho & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = [1]$$

Testo B

$$A = \begin{bmatrix} -1 & \varrho \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = [2]$$

Tale rappresentazione dipende da un parametro incognito $\varrho \in \mathbb{R}$.

1. (3 punti) Si determini in funzione del valore assunto dal parametro ϱ quali siano gli stati di equilibrio del sistema e se ne valuti la stabilità.
2. (3 punti) Assunto $\varrho = 1$ si calcoli la funzione di trasferimento e si determini un modello ingresso-uscita di tale sistema. La funzione di trasferimento determinata è in forma minima?

Esercizio 4. (8 punti) Si consideri ancora la rappresentazione data nel precedente esercizio, assumendo ora $\varrho = 0$.

(a) (3 punti) Si determini, mediante l'uso delle trasformate di Laplace, l'evoluzione libera dello stato e dell'uscita a partire dalla condizione iniziale

Testo A

$$x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Testo B

$$x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(b) (5 punti) Si determini, mediante l'uso delle trasformate di Laplace, l'evoluzione forzata dello stato e dell'uscita quando al sistema viene applicato il segnale di ingresso $u(t) = 3\delta_{-1}(t)$.

Esercizio 5. (Bonus, 2 punti) *In questo esercizio, $G \in \{1, \ldots, 31\}$ indica il giorno e $M \in \{1, \ldots, 12\}$ il mese del tuo compleanno. Riporta tali valori in questo foglio:*

$G =$ ______ $\qquad M =$ ______

Si consideri il modello ingresso-uscita

$$5\frac{d^3}{dt^3}y(t) + G\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 20\frac{d}{dt}y(t) = Mu(t).$$

Supponendo che il segnale di ingresso valga

$$u(t) = \begin{cases} 2t & \text{se } t \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

si scriva un programma MATLAB per tracciare il grafico dell'evoluzione forzata per $t \in [0, 20]$.

Come aiuto viene data una traccia di un possibile programma con parti da completare ma, se si preferisce, è possibile dare una soluzione che non segua tale traccia.

```
num = ...
den = ...
sys = ...
t = ...
u = ...
lsim(... , ... , ...)
```