Analisi dei Sistemi — Esercitazione MATLAB

7 Dicembre 2006

Esercizio 1. Si consideri il seguente sistema SISO lineare e stazionario

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -30 & -31 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -0.5 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} \end{cases} \tag{1}$$

1. Creare il modello in variabili di stato (*help ss*).
2. Convertirlo in un modello ingresso-uscita (*help ss2tf*).
3. Calcolare gli autovettori e gli autovalori della matrice A (*help eig)*. Determinare una matrice A' in forma diagonale, ottenuta utilizzando una trasformazione di similitudine $x(t) = Vz(t)$, dove V è la matrice degli autovettori.
4. Determinare la nuova rappresentazione (A', B', C', D'), dove A' è la matrice diagonale ottenuta al punto precedente.
5. Tracciare il grafico della risposta impulsiva di tale sistema (*help impulse*).
6. Tracciare il grafico della risposta al gradino di tale sistema (*help step*).
7. Verificare graficamente che la risposta al gradino e la risposta impulsiva sono coincidenti per le due rappresentazioni (A, B, C, D) e (A', B', C', D') (*help hold on*).

Esercizio 2. (`calcolo simbolico`)
Calcolare la matrice di transizione dello stato per il modello (1). (*help expm*)

Esercizio 3. (`calcolo simbolico`)
Calcolare la trasformata di Laplace delle seguenti funzioni del tempo (*help laplace*):

- $1 + 4te^{3t}$
- $7(t^2 + 1)^2$
- $cos(t + \pi/3)$

Esercizio 4. Si consideri la seguente funzione di s:

$$F(s) = \frac{3s - 2}{s^3 + 4s^2 + 20s} \tag{2}$$

- Scomporla in fratti semplici (*help residue*).
- (`calcolo simbolico`) Antitrasformarla (*help ilaplace*).

Esercizio 5. Dato il modello ingresso-uscita:

$$\frac{d^2}{dt^2}y + 50\frac{d}{dt}y + 625y = 100\frac{d}{dt}u \tag{3}$$

si suppone che le condizioni iniziali valgano

$$y(0) = 2, \quad \dot{y}(0) = 1,$$

e il segnale di ingresso valga

$$u(t) \quad = \begin{cases} 0.1 & t \in [0, 0.5) \\ 0 & altrove \end{cases} \tag{4}$$

Calcolare e tracciare il grafico delle seguenti risposte: evoluzione libera (`calcolo simbolico`); risposta impulsiva (`calcolo simbolico`); evoluzione forzata (*help risposta_libera,help risposta_impulsiva, help lsim*).

Esercizio 6. Data la funzione di trasferimento:

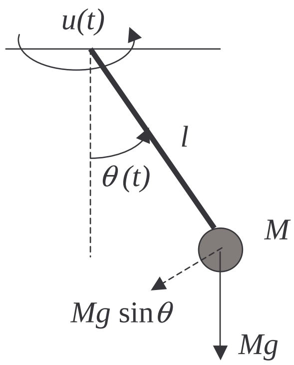
$$W(s) = \frac{-44s - 22}{5s^2 + 2s + 20s} \tag{5}$$

calcolare tutti i parametri caratteristici e tracciare il diagramma di Bode (*help asbode*).

Esercizio 7. Il pendolo in figura può essere descritto matematicamente dall'equazione differenziale

$$Ml^2\ddot{\theta}(t) + b\dot{\theta}(t) + Mgl\sin\theta(t) = u(t), \tag{6}$$

dove M [kg] è la massa del pendolo, l [m] è la sua lunghezza, b [kg·m/s] è il coefficiente di attrito al vincolo, e g [kg/s^2] l'accelerazione di gravità. L'uscita è l'angolo θ [rad] formato dal pendolo con la verticale, e l'ingresso $u(t)$ [kg·m^2/s^2] è dato dalla coppia imposta al vincolo.



Posto $x_1(t) = \theta(t)$ e $x_2(t) = \dot{\theta}(t)$, si ottiene la seguente rappresentazione in variabili di stato:

$$\begin{cases} \dot{x_1}(t) = x_2(t) \\ \dot{x_2}(t) = -\frac{g}{l}\sin x_1(t) - \frac{b}{Ml^2}x_2(t) + \frac{1}{Ml^2}u(t). \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \tag{7}$$

1. Posto $l = 1$ m, $M = 0.75$ kg, $b = 0.5$ kg·m/s e $g = 10$ kg/s^2, si realizzi lo schema SIMULINK corrispondente.

2. Si tracci l'andamento della riposta libera a partire da condizioni iniziali $\theta(0) = \frac{\pi}{4}$ rad e $\dot{\theta}(0) = 0$ rad/s.

3. Si simuli il modello applicando ingressi della forma $u(t) = \sin\omega t$ variando la pulsazione ω.

4. Si linearizzi il modello per piccole oscillazioni ($\sin\theta \simeq \theta$) e lo si simuli in MATLAB confrontando le curve ottenute mediante SIMULINK nei punti precedenti.