

Analisi dei Sistemi

Compito del 24 Febbraio 2006 - Testo B

Esercizio 1 (11 punti). È data la seguente rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema, dove η e ϱ sono parametri incogniti.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & \varrho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\eta - 3)t^2 \\ 2 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \varrho u(t) \end{cases} \quad (1)$$

(a) (4 punti) Si discuta in che modo le proprietà di:

- (i) linearità, (ii) stazionarietà, (iii) stabilità, (iv) sistema (strettamente) proprio

dipendano dei parametri η e ϱ .

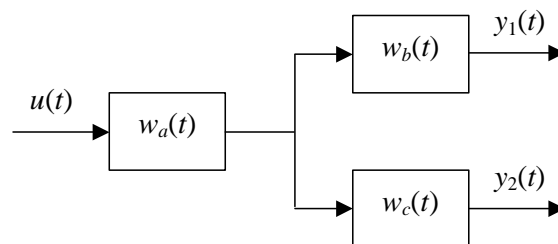
(b) (4 punti) Assunto $\eta = 3$ e $\varrho = 1$ si calcoli la funzione di trasferimento e si determini un modello ingresso-uscita di tale sistema. Quanto vale l'ordine di tale sistema?

(c) (3 punti) Si discuta se la matrice

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

sia una matrice di similitudine ammissibile. In caso positivo, si determini la rappresentazione ottenuta mediante tale trasformazione di similitudine.

Esercizio 2 (10 punti). È dato un sistema composto da più blocchi elementari interconnessi come in figura.



Il singolo blocco è caratterizzato dalla sua risposta impulsiva e vale:

$$w_a(t) = 3\delta(t), \quad w_b(t) = e^{-3t}\delta_{-1}(t), \quad w_c(t) = 2\delta_{-1}(t).$$

(a) (2 punti) Si determini, trasformando secondo Laplace, la funzione di trasferimento di ogni singolo blocco.

(b) (3 punti) Si determini la matrice di trasferimento del sistema complessivo.

(c) (5 punti) Si determini la risposta forzata $y_1(t)$ che consegue all'applicazione di un segnale in ingresso $u(t) = 3t\delta_{-1}(t)$.

Esercizio 3 (11 punti). È dato un sistema la cui funzione di trasferimento vale

$$W(s) = -\frac{10s + 6}{5s^2 + 39s - 8}.$$

(a) (3 punti) Si classifichino i modi che caratterizzano tale sistema, determinandone i parametri significativi e tracciandone l'andamento qualitativo.

(b) (2 punti) Si valuti se il sistema è BIBO stabile.

(c) (6 punti) Si riporti la funzione di trasferimento in forma di Bode e si tracci il diagramma di Bode della $W(j\omega)$.