

# Analisi dei Sistemi

Compito del 13 Febbraio 2006

**Esercizio 1** (5 punti). Si definisca la risposta indiciale e si discuta quali forme essa assume per un sistema elementare del primo ordine.

Si determini la risposta indiciale del sistema caratterizzato dalla funzione di trasferimento

$$W(s) = \frac{s-1}{s+2}.$$

*Tale domanda vuole valutare la preparazione generale e verrà valutata anche in base alla chiarezza espositiva e proprietà di linguaggio. Evitare risposte stringate e fare esempi se necessario.*

**Esercizio 2** (17 punti). È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + 5 u(t) \end{cases} \quad (1)$$

- (a) (6 punti) Si determini una trasformazione di similitudine  $\bar{z}(t) = P^{-1}x(t)$  che porti ad una rappresentazione in cui la matrice di stato è in forma diagonale e si calcolino tutte le matrici della nuova rappresentazione.
- (b) (4 punti) Si desidera calcolare per la rappresentazione (1) l'evoluzione libera dello stato e della uscita a partire dalla condizione iniziale  $x(0) = [1 \ 0]^T$ . Per risolvere tale problema, si scriva la matrice di transizione dello stato della rappresentazione (1) in funzione della matrice di transizione dello stato della rappresentazione diagonale.
- (c) (5 punti) Si determini la controllabilità e l'osservabilità delle due rappresentazioni.  
Si calcoli inoltre la funzione di trasferimento  $W(s)$  del sistema e si discuta se la sua forma è consistente con l'analisi fatta a proposito della controllabilità e osservabilità.
- (d) (2 punti) Si scriva la rappresentazione duale della (1).

**Esercizio 3** (10 punti). È dato un sistema la cui funzione di trasferimento vale

$$W(s) = \frac{120s + 240}{10s^2 + 82s + 16}.$$

- (a) (6 punti) Si riporti la funzione di trasferimento di tale sistema in forma di Bode calcolandone i parametri caratteristici. Tracciare il diagramma di Bode della  $W(j\omega)$ .
- (b) (4 punti) Quanto vale la banda passante a 20db per questo sistema? Qual è il suo significato fisico?