

Analisi dei Sistemi

Compito del 27 Gennaio 2006

Esercizio 1. È dato un sistema descritto dalla seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{12s + 1}{s^2 + 4s + \rho}$$

dove ρ è un parametro incognito.

1. (5 punti) Si ricordi la definizione di stabilità BIBO e i vari modi in cui essa può essere caratterizzata (tale domanda vuole valutare la preparazione teorica: evitare risposte troppo stringate).
Si discuta la stabilità BIBO del sistema assegnato al variare del parametro ρ .
2. (6 punti) Posto $\rho = 3$, si determini, mediante l'uso delle trasformate di Laplace, la risposta forzata che consegue all'applicazione di un segnale $u(t) = 8e^t \delta_{-1}(t)$. Si discuta se è possibile scomporre la risposta forzata in un termine transitorio e uno di regime, indicandoli in caso affermativo.

Esercizio 2. È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + u. \end{cases}$$

1. (4 punti) Si determini il polinomio caratteristico e il polinomio minimo della matrice di stato A . Si discuta se esiste una trasformazione di similitudine che permetta di passare ad una rappresentazione diagonale (NB: non occorre determinare tale trasformazione).
2. (7 punti) Si determini l'*evoluzione libera* dello stato e dell'uscita partendo dallo stato iniziale $\vec{x}(0) = [1 \ 1]^T$ usando la formula di Lagrange e lo sviluppo di Sylvester.

Esercizio 3. È dato un sistema descritto dalla seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{250s - 25}{5s^2 + 6s + 180}$$

1. (6 punti) Posta la funzione di trasferimento nella forma di Bode, tracciare il diagramma di Bode della $W(j\omega)$.
2. (4 punti) Se valuti se tale sistema ammetta risposta armonica e si calcoli la risposta a regime in corrispondenza ad un segnale di ingresso $u(t) = \sin 2t$. Si discuta come tale risultato possa determinarsi, oltre che per via analitica, anche dall'esame del diagramma di Bode precedentemente tracciato.