Analisi dei Sistemi

Seconda Prova Scritta - Testo C - 22 Dicembre 2005

Esercizio 1. (3 punti) Sapendo che un sistema lineare e stazionario scarico risponde con un segnale pari a

$$y(t) = (-t^2 + e^{-5t})\delta_{-1}(t)$$

ad un segnale in ingresso pari a

$$u(t) = (t - t^2 + e^{-t})\delta_{-1}(t),$$

si determini il modello IU del sistema nel dominio del tempo.

Esercizio 2. (8 punti) È data la seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{400s + 160}{-s^2 + 8s}.$$

(a) (2 punti) Si riporti tale funzione in forma di Bode, indicando tutti i parametri che la caratterizzano.

(b) (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode di tale funzione.

Esercizio 3. (10 punti) La funzione di trasferimento di un sistema lineare stazionario dipende da un parametro $k \in \mathbb{R}$ e vale

$$W(s) = \frac{s + 3}{4s^4 + 2s^3 + 9s^2 + 3s + k}.$$

(a) (6 punti) Si valuti, mediante il criterio di Routh, come varia la stabilità BIBO di tale sistema al variare del parametro k. In particolare si indichi per ogni valore di k il numero di poli a parte reale positiva, nulla e negativa.

(b) (4 punti) Assunto $k = 1$, si determini se tale sistema ammetta risposta a regime quando esso è soggetto ad un ingresso sinusoidale della forma $u(t) = \cos(-t + \pi/4)$; in caso affermativo, si determini tale risposta.

Esercizio 4. (5 punti) La rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati è caratterizzata dalla matrice di stato

$$A = \begin{bmatrix} -3 & \varrho \\ 1 & -1 \end{bmatrix},$$

che dipende da un parametro incognito $\varrho \in \mathbb{R}$.

Si determini al variare del parametro ϱ quali siano gli stati di equilibrio del sistema e se ne valuti la stabilità.

Esercizio 5. (6 punti) È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

dove

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

(a) (3 punti) Si determini se tale rappresentazione sia controllabile e osservabile.

(b) (3 punti) Si determini la matrice di trasferimento e la si riporti in forma minima. Si discuta se il risultato ottenuto è in accordo con quanto trovato al punto precedente.