Analisi dei Sistemi — Esercitazione 2

18 Ottobre 2005

Esercizio 1. Si consideri il pendolo in Fig. 1 costituito da una massa m [Kg] posta all'estremità di un'asta di lunghezza L [m] e massa trascurabile. La posizione della massa m è individuata dall'angolo θ [rad] che l'asta forma con la verticale, dove il verso di θ è assunto positivo quando diretto in senso antiorario, come mostrato in Fig. 1.

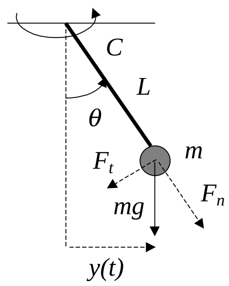

Figura 1: Pendolo

Si assuma come variabile d'uscita $y(t) = L\ \sin\theta(t)$ e come variabile d'ingresso $u(t)$ la coppia esterna $C(t)$. Nel caso in cui le oscillazioni a cui il sistema è sottoposto siano molto piccole, è lecito assumere $\sin\theta \simeq \theta$, per cui il modello IU di tale sistema vale

$$\ddot{y}(t) + \frac{b}{mL}\dot{y}(t) + \frac{g}{L}y(t) = \frac{1}{mL}u(t) \tag{1}$$

dove g è pari all'accelerazione di gravità.

Ora, assunto $m = 16$ [Kg], $L = 2$ [m], si considerino i seguenti casi:

(a) $b = 4$ [N s],

(b) $b = 0$ [N s],

(c) $b = 2m\sqrt{gL}$,

e si risponda alle seguenti domande nei tre casi sopra.

1. Si determini il polinomio caratteristico.
2. Si determinino le radici del polinomio caratteristico e le si rappresentino nel piano di Gauss.
3. Si determinino i valori dei parametri caratteristici dei modi e, per i modi relativi a radici di molteplicità unitaria, si determini il tempo di assestamento al 5%.
4. Si tracci l'andamento qualitativo dei modi del sistema. Nel caso di modo pseudoperiodico si specifichi l'equazione delle curve inviluppo e gli istanti di tempo in cui il modo interseca tali curve.
5. Posto $t_0 = 0$ [s] si determini l'evoluzione libera del sistema a partire dalle condizioni iniziali

$$y_l(t)\big|_{t=t_0} = 0.3 \text{ [m]}, \qquad \left.\frac{dy_l(t)}{dt}\right|_{t=t_0} = 0.1 \text{ [m/s]}$$

   e se ne tracci l'andamento.
6. Si determini l'evoluzione libera del sistema a partire dalle stesse condizioni iniziali del punto precedente assumendo però $t_0 = 2$ [s].