Analisi dei Sistemi

Compito del 1 Ottobre 2005

Esercizio 1 (8 punti). Una delle proprietà fondamentali di un sistema dinamico è la *linearità*.

(a) Si definisca tale proprietà.

(b) Si discuta come essa possa venir verificata, sia per un modello ingresso-uscita che per un modello in termini di variabili di stato.

(c) Si discuta per quali valori dei parametri η e ϱ i sistemi descritti dai seguenti modelli sono lineari.

$$\frac{d}{dt}y(t) + (4-\eta)t = 2u^{\varrho}(t) \tag{1}$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3t^{\eta} & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \varrho \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases} \tag{2}$$

Tale esercizio vuole valutare la preparazione generale e verrà valutato anche in base alla chiarezza espositiva e proprietà di linguaggio. Evitare risposte stringate.

Esercizio 2 (12 punti). È dato un sistema descritto dal modello ingresso-uscita

$$2\frac{d^3}{dt^3}y(t) + \varrho\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 164\frac{d}{dt}y(t) + 81y(t) = 600\frac{d}{dt}u(t) + 600u(t) \tag{3}$$

dove $\varrho \in [0, +\infty)$ è un parametro incognito ma costante.

(a) (6 punti) Si valuti, applicando il criterio di Routh, come varia la stabilità di tale sistema al variare del parametro ϱ. *Si determini per ogni possibile valore di ϱ il numero di poli a parte reale negativa, nulla e positiva.*

(b) (6 punti) Assunto $\varrho = 5$, si calcoli la funzione di trasferimento $W(s)$ del sistema descritto dalla (3) in forma di Bode e se ne tracci il diagramma di Bode.

Si osservi che per $\varrho = 5$ una delle radici del polinomio caratteristico del sistema vale $p_1 = -0.5$.

Esercizio 3 (10+2 punti). È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

1. (4 punti) Si determini la funzione di trasferimento di questo sistema.
2. (6 punti) Si calcoli, mediante le trasformate di Laplace, l'evoluzione forzata dell'uscita $y_f(t)$ e l'evoluzione forzata dello stato $\vec{x}_f(t)$ conseguenti all'applicazione di un ingresso $u(t) = 3\delta_{-1}(t)$.
3. (bonus 2 punti) Si discuta se la risposta forzata dell'uscita ammette regime permanente e, in caso affermativo, la si scomponga in termine transitorio e di regime.