

# Analisi dei Sistemi

Compito del 14 Settembre 2005

**Esercizio 1** (8 punti). Si definisca la proprietà di *stabilità secondo Lyapunov* (nelle sue varie forme) e si discuta quali condizioni devono essere verificate affinché un sistema lineare e stazionario goda di tale proprietà.

Per ciascuna delle tre diverse proprietà: (a) stabilità asintotica, (b) stabilità, (c) instabilità, si dia un esempio di rappresentazione in variabili di stato di un sistema lineare e stazionario che gode di tale proprietà.

*Tale domanda vuole valutare la preparazione generale e verrà valutata anche in base alla chiarezza espositiva e proprietà di linguaggio. Evitare risposte stringate e fare esempi se necessario.*

**Esercizio 2** (9+2 punti). È data la seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = -6 \frac{3 - 10s}{2s^2 + 2s + 50}.$$

- (a) (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode di tale funzione.
- (b) (3 punti) Si discuta se il diagramma ha il significato fisico di risposta a regime. Si definisca il concetto di banda passante a 20db e, se esiste, si determini tale valore.
- (c) (bonus 2 punti) Si determini (se esistono) per quali valori di  $\omega$  la risposta a regime che consegue all'applicazione di un ingresso sinusoidale del tipo  $u(t) = U \cos(\omega t)$  è anche essa un segnale sinusoidale di ampiezza  $U$ .

**Esercizio 3** (13 punti). È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

- (a) (4 punti) Si determini mediante la formula di Lagrange l'evoluzione libera dello stato  $\vec{x}_\ell(t)$  e dell'uscita  $y_\ell(t)$  a partire da condizioni iniziali dello stato  $\vec{x}(0) = [1 \quad -1]^T$ .
- (b) (4 punti) Si determinino i modi di tale rappresentazione, dandone i parametri caratteristici, e se ne tracci l'andamento qualitativo. Quanto vale il tempo di assestamento al 5% di tali modi? Qual è il modo più veloce?
- (c) (5 punti) Si verifichi se tale rappresentazione è controllabile e osservabile. Si determini la funzione di trasferimento e si interpreti la struttura di tale funzione in base all'analisi dell'osservabilità e controllabilità.