Analisi dei Sistemi

Compito del 12 Luglio 2005

Esercizio 1 (6 punti). Dati i due sistemi descritti dai modelli seguenti, individuare le proprietà strutturali che li caratterizzano al variare dei due parametri ϱ e μ: lineare o non lineare, stazionario o tempovariante, dinamico o istantaneo, a parametri concentrati o distribuiti, con o senza elementi di ritardi, proprio (strettamente o meno) o improprio. *Motivare le risposte*.

(a) (3 punti) Legame ingresso-uscita:

$$\ddot{y}(t) + (t^{\varrho} - 3)y(t) = 6u(t - 2\mu).$$

(b) (3 punti) Rappresentazione in variabili di stato:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & (1-\varrho)x_1(t) \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + 3\mu\, u(t). \end{cases}$$

Esercizio 2 (13 punti). È data la seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = 2\frac{(15s - 7.5)}{2s^2 + 4s + 18}.$$

(a) (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode di tale funzione.

(b) (3 punti) Si discuta se il diagramma ha il significato fisico di risposta armonica. Si definisca il concetto di modulo e pulsazione alla risonanza e, se esistono, si determinino tali valori.

(c) (4 punti) Si determini una rappresentazione in variabili di stato di tale sistema.

Esercizio 3 (11+2 punti). È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

(a) (4 punti) Si determini mediante la formula di Lagrange l'evoluzione libera dello *stato* $\vec{x}_\ell(t)$ e dell'*uscita* $y_\ell(t)$ a partire da condizioni iniziali dello stato $\vec{x}(0) = [\,3 \quad -9\,]^T$.

(b) (4 punti) Si determini una trasformazione di similitudine $\vec{z}(t) = P^{-1}\vec{x}(t)$ che porti ad una rappresentazione in cui la matrice di stato è in forma diagonale e si calcolino tutte le matrici della nuova rappresentazione.

(c) (3 punti) Determinato lo stato iniziale $\vec{z}(0)$ corrispondente allo stato iniziale $\vec{x}(0)$ dato al punto 1, si calcoli l'evoluzione libera dello *stato* $\vec{z}_\ell(t)$ per la nuova rappresentazione.

(d) (bonus 2 punti) Che relazione ci si aspetta tra l'evoluzione libera dell'uscita calcolata al punto 1 e l'evoluzione libera dell'uscita calcolata a partire dal segnale $\vec{z}_\ell(t)$?