

Analisi dei Sistemi — Esercitazione 9

21 Dicembre 2004

Esercizio 1. Si consideri il seguente sistema SISO lineare e stazionario

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

- Si valuti la controllabilità e l'osservabilità della rappresentazione.
- Si calcoli la funzione di trasferimento in forma minima e si interpreti il risultato ottenuto al punto precedente.
- Si valuti la stabilità asintotica di tale rappresentazione e la stabilità BIBO. Si spieghi la discrepanza fra le due proprietà.

Esercizio 2. Dato il sistema descritto dal modello in variabili di stato

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \gamma u(t) \end{cases}$$

si valuti per quali valori dei parametri α , β e γ il sistema è controllabile e per quali valori è osservabile.

Esercizio 3. Il legame ingresso-uscita di un sistema lineare e stazionario è descritto dalla seguente equazione differenziale

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = 2\dot{u}(t) + 4u(t).$$

- Si determini la funzione del trasferimento del sistema e la si ponga in forma minima.
- Si determini una rappresentazione di tale sistema in termini di variabili di stato mediante la procedura vista a lezione.
- Si valuti la controllabilità e la osservabilità della rappresentazione determinata al punto precedente.
- Si dimostri che la procedura usata al punto (b) determina sempre una rappresentazione controllabile (*suggerimento*: si calcoli la matrice di controllabilità della generica rappresentazione di ordine n).