

Analisi dei Sistemi — Esercitazione 4

5 Novembre 2004

Esercizio 1. È dato un sistema descritto dal modello ingresso-uscita

$$2\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 30\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 112\frac{d}{dt}y(t) = \frac{d^2}{dt^2}u(t) + 2\frac{d}{dt}u(t) + 2u(t)$$

1. Si determini una realizzazione di tale sistema in termini di variabili di stato, dandone una rappresentazione grafica mediante uno schema circuitale. Si precisi se in base a tale scelta di variabili lo spazio di stato coincide con lo spazio di fase.
2. Si determinino gli autovalori e gli autovettori della matrice di stato per la rappresentazione data.

Esercizio 2. È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \end{cases}$$

1. Si discuta se esiste una trasformazione di similitudine $z(t) = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{x}(t)$ che permette di passare ad una realizzazione in cui la matrice di stato $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$ è in forma diagonale. Tale trasformazione è unica?
2. Determinata una trasformazione diagonalizzante, si calcoli la corrispondente realizzazione.
3. Si determini lo stato iniziale $z(0)$ della rappresentazione diagonale che corrisponde allo stato iniziale $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}^T$ della rappresentazione originale.
4. Si determini, mediante la formula di Lagrange, l'evoluzione dello stato $z(t)$ della rappresentazione diagonale a partire dalla condizione iniziale data al punto precedente e conseguente all'applicazione dell'ingresso

$$u(t) = \begin{cases} t & \text{per } t \in [0, 3) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

5. Si determini, nelle stesse condizioni del punto precedente, l'evoluzione dello stato $\mathbf{x}(t)$ della rappresentazione originale.
6. Si determini, nelle stesse condizioni del punto precedente, l'evoluzione dell'uscita $\mathbf{y}(t)$: tale valore dipende dalla rappresentazione considerata?