

# Analisi dei Sistemi — Esercitazione 3

27 Ottobre 2004

**Esercizio 1.** Si consideri un sistema il cui modello ingresso vale:

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + y(t) = 3\frac{d}{dt}u(t) + u(t).$$

- (a) Si determini la risposta impulsiva e se ne discuta la struttura.
- (b) Si determini, mediante l'integrale di Duhamel, la risposta forzata che consegue all'applicazione del segnale di ingresso qui indicato

$$u(t) = \begin{cases} 2 & t \in [1, 3) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- (c) L'ingresso del precedente sistema è nullo per  $t \geq 3$ . Ci si attende che la risposta forzata sia nulla per  $t \geq 3$ ? Motivare la risposta.

**Esercizio 2.** È data la matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}.$$

- (a) Si calcoli la matrice di transizione dello stato  $e^{\mathbf{A}t}$ .
- (b) Si verifichi che l'inversa della matrice di transizione dello stato vale  $e^{-\mathbf{A}t}$ .

**Esercizio 3.** Si consideri la matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

che ha polinomio caratteristico  $|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = s^3 + 2s^2 + s = (s + 1)^2s$  e autovalori  $\lambda_1 = -1$  di molteplicità doppia e  $\lambda_2 = 0$  di molteplicità singola.

- (a) Si determinino i suoi modi.
- (b) Si calcoli la matrice di transizione dello stato  $e^{\mathbf{A}t}$  mediante lo sviluppo di Sylvester, verificando che ogni suo elemento è una combinazione lineare dei modi.