

# Analisi dei Sistemi — Esercitazione 2

22 Ottobre 2004

**Esercizio 1.** Il modello della sospensione ad un grado di libertà mostrato in Figura 1 consiste in una molla con coefficiente elastico  $K$  [N/m] e in uno smorzatore con coefficiente di smorzamento  $b$  [N s/m]. Si considera come ingresso  $u(t)$  la posizione della ruota sul fondo stradale e come uscita  $y(t)$  la posizione della massa sospesa.

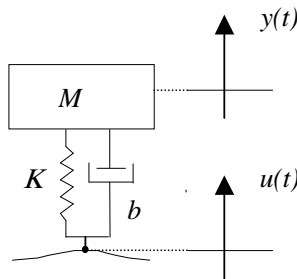


Figura 1: Modello ad un grado di libertà del quarto di automobile.

Il modello ingresso uscita di tale sistema vale:

$$M \frac{d^2}{dt^2} y(t) + b \frac{d}{dt} y(t) + K y(t) = b \frac{d}{dt} u(t) + K u(t).$$

1. Si determini il polinomio caratteristico e le sue radici.
2. Assunto  $M = 300$  kg, si supponga di dover progettare una sospensione potendo scegliere fra due smorzatori con  $b_A = 900$  N s/m e  $b_B = 3000$  N s/m, e fra due molle con  $K_A = 12000$  N/m e  $K_B = 18000$  N/m. Dunque le possibili sospensioni sono quattro e sono caratterizzate da:

$$(1) : b_A, K_A; \quad (2) : b_A, K_B; \quad (3) : b_B, K_A; \quad (4) : b_B, K_B.$$

Si rappresentino le radici del polinomio caratteristico che corrispondono ai quattro casi sul piano di Gauss e se ne valutino i parametri significativi (costante di tempo, pulsazione naturale, coefficiente di smorzamento). Come sono legati i valori di  $b$  e  $K$  a tali parametri?

3. Si tracci l'andamento qualitativo dei modi del sistema nei quattro casi: a quale sospensione compete il modo più veloce e a quale il modo più smorzato?
4. Quale di queste sospensioni scegliereste per una macchina di Formula 1 (dove l'obiettivo prioritario è quello di mantenere un assetto di guida costante) e quale scegliereste per una Land Rover (dove l'obiettivo prioritario è quello di garantire un comfort accettabile ai passeggeri anche su terreno accidentato)?
5. Scelta la sospensione (1), si determini l'evoluzione libera del sistema a partire dalle condizioni iniziali

$$y(t)|_{t=0} = 3, \quad \left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=0} = 1.$$