Analisi dei Sistemi

Compito del 30 Settembre 2004

Esercizio 1 (8 punti)**.** Si definisca la proprietà di *stabilità secondo Lyapunov* e si discuta quali condizioni devono essere verificate affinché un sistema lineare e stazionario goda di tale proprietà.

Dato il sistema descritto dal modello in variabili di stato

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha - 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \beta \end{bmatrix} u(t) \\ \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases},$$

si valuti per quali valori dei parametri α, β il sistema è *stabile secondo Lyapunov*.

Tale domanda vuole valutare la preparazione generale e verrà valutata anche in base alla chiarezza espositiva e proprietà di linguaggio. Evitare risposte stringate e fare esempi se necessario.

Esercizio 2 (10 punti)**.** Si consideri la seguente rappresentazioni in variabili di stato di un sistema lineare e stazionario

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

1. (4 punti) Si determini una trasformazione di similitudine $\vec{z}(t) = P^{-1}x(t)$ che porta ad una rappresentazione in cui la matrice di stato $A' = P^{-1}AP$ è in forma diagonale e si calcolino tutte le matrici della nuova rappresentazione.

2. (6 punti) Per la nuova rappresentazione è dato il vettore di stato iniziale $\vec{z}(0) = \begin{bmatrix} 12 & 11 \end{bmatrix}^T$. Si determini l'evoluzione libera dello stato a partire da $\vec{z}(0)$ e l'evoluzione forzata dello stato conseguente alla applicazione dell'ingresso a gradino $u(t) = 2\delta_{-1}(t)$.

Esercizio 3 (12 punti)**.** Si consideri un sistema il cui legame ingresso uscita è descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$50\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 202\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 10.02\frac{d}{dt}y(t) + 8.08y(t) = 2\frac{d}{dt}u(t) + 100u(t).$$

1. (3 punti) Si calcoli la funzione di trasferimento $W(s)$ e, dopo averla riportata in forma di Bode, se ne determino tutti i parametri significativi (si verifichi che uno dei poli vale $p = -4$).

2. (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode della $W(s)$ determinata al punto precedente.

3. (3 punti) Si discuta se tale diagramma ha il significato fisico di risposta a regime. Si determini, se esistono, i valori dei seguenti parametri: modulo e pulsazione alla risonanza, e banda passante.