Analisi dei Sistemi

Compito del 22 Giugno 2004

Esercizio 1 (7 punti). Il modello ingresso-uscita di un sistema lineare, stazionario e a parametri concentrati è caratterizzato da un polinomio caratteristico che vale

$$P(s) = (s+1)(s+2)^2.$$

Si ricordi la definizione delle seguenti evoluzioni:

(a) evoluzione libera;

(b) risposta indiciale;

(c) evoluzione forzata per un ingresso della forma $e^{-t}\ \delta_{-1}(t)$.

e si indichi che forma assumono tali evoluzioni per il sistema dato.

Tale domanda vuole valutare la preparazione generale e verrà valutata anche in base alla chiarezza espositiva e proprietà di linguaggio. Evitare risposte stringate.

Esercizio 2 (16 punti). E' dato un sistema descritto dal modello ingresso-uscita

$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 8\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 25\frac{d}{dt}y(t) + 26y(t) = 39\frac{d}{dt}u(t) + 26u(t) \qquad (1)$$

dove si puo verificare che una delle radici del polinomio caratteristico del sistema vale $p_1 = -2$.

(a) (4 punti) Si determini una rappresentazione in termini di variabili di stato per tale sistema, dandone anche una rappresentazione grafica.

(b) (3 punti) Si calcoli la funzione di trasferimento di tale sistema e la si ponga in forma di Bode, indicandone tutti i parametri significativi.

(c) (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode di tale funzione.

(d) (3 punti) Si discuta se per tale funzione ha senso parlare di banda passante e di risonanza. In caso affermativo si determinino i parametri corrispondenti (banda passante a 20db; pulsazione, modulo e sfasamento alla risonanza).

Esercizio 3 (9 punti). È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ \\ y(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

1. (4 punti) Si determini una trasformazione di similitudine $\vec{z}(t) = P^{-1}x(t)$ che porti ad una rappresentazione in cui la matrice di stato è in forma diagonale e si calcolino tutte le matrici della nuova rappresentazione.
2. (5 punti) Si calcoli, per il sistema diagonale, l'evoluzione forzata dell'uscita $y_f(t)$ e l'evoluzione forzata dello stato $\vec{z}_f(t)$ conseguenti all'applicazione di un ingresso $u(t) = 3\ e^{-4t}\delta_{-1}(t)$.

   Quanto valgono le corrispondenti evoluzioni per il sistema originario?